



Ricardo Miguel Martins Antunes de Faria

Licenciado em Ciências de Engenharia Civil

Análise Numérica do Punçoamento em Lajes Fungiformes sem Armadura Específica

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em

Engenharia Civil – Perfil de Estruturas

Orientador: Rui Pedro César Marreiros, Prof. Auxiliar, FCT-UNL

Co-Orientador: António Manuel Pinho Ramos, Prof. Auxiliar, FCT-UNL

Júri:

Presidente: Prof. Doutora Ildi Cismasiu

Arguente: Doutor Micael Manuel Gonçalves Inácio

Vogal: Prof. Doutor Rui Pedro César Marreiros



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Março 2017

Análise numérico do punçoamento em lajes fungiformes sem armadura específica

“Copyright” Ricardo Miguel Martins Antunes de Faria, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer ao Prof. Doutor Rui Marreiros e Prof. Doutor António Pinho Ramos pela disponibilidade, dedicação, acompanhamento e conhecimento transmitido ao longo desta dissertação.

Aos engenheiros André Almeida, Nuno Dinarte e Hugo Fernandes pela amizade e apoio prestado ao longo desta dissertação.

Ao Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, nomeadamente aos docentes e funcionários, pelo contributo na minha formação como engenheiro.

Aos representantes da empresa Cervenka Consulting, nomeadamente ao Prof. Doutor Dobromil Pryl pelo apoio prestado no esclarecimento de dúvidas no software utilizado nesta dissertação.

Aos meus amigos e colegas de faculdades, pelo apoio prestado ao longo de todo o curso.

Por fim, um agradecimento especial à minha família, por todo o apoio e incentivo que me deram ao longo de toda a minha vida.

Resumo

Nesta dissertação estudou-se, através de modelos numéricos não lineares, a influência da concentração de armaduras junto ao pilar, a influência do confinamento e da redistribuição de momentos na resistência ao punçoamento. Avaliou-se também um sistema de ensaio que pretende simular a área de uma laje fungiforme junto ao pilar num edifício real.

Estes estudos foram efetuados recorrendo ao software ATENA 3D, que permite realizar análises não lineares de elementos de betão armado, permitindo simular a propagação de fendas.

Para validar os estudos paramétricos, foram realizadas calibrações com o auxílio de lajes ensaiadas em laboratório. Estes modelos foram comparados em termos de cargas de rotura com normas e recomendações (Eurocódigo 2, *Model Code 2010* e ACI 318M-11), curvas força-deslocamento, deformadas e tensões no betão.

Após realizar estes estudos, pode-se confirmar que, ao concentrar as armaduras junto ao pilar, existe um aumento na resistência ao punçoamento, tornando a laje mais rígida, sendo que se desloca menos.

Relativamente à influência do confinamento na resistência ao punçoamento, podemos concluir que, em lajes continuas, provoca aumentos na resistência ao punçoamento. Concluiu-se que, em lajes confinadas numa só direção, não se consegue tirar proveito das armaduras de momento positivo (armaduras inferiores na zona de meio vão).

Palavras-Chave

- Punçoamento
- Análise numérica
- Elementos Finitos
- Betão Armado
- Lajes Fungiformes

Abstract

The purpose of this thesis is to study, using non-linear numerical models, the influence of reinforcement concentration on the slab-column connection and the influence of confinement and positive bending moment on the resistance to punching. It was also simulated a mechanism that replicates the area of flat slabs between two mid-spans in a real building.

This study was conducted using ATENA 3D, a software that allows non-linear analysis of reinforced concrete elements, simulating cracking patterns of the concrete.

Experimental models of slabs were used to calibrate the numerical models. The models were compared in terms of ultimate loads with the norms and recommendations (Eurocode 2, Model Code 2010 and ACI318M-11), force displacement curves, vertical deformed shape and tension on the concrete.

After the studies, it was confirmed that, if the longitudinal reinforcement is concentrated to the column, there exist an increase of load capacity to punching, making the slab more brittle. On the other hand, there is a decrease of the ultimate vertical displacement.

On the other hand, it was concluded that, in continuing slabs, there is a increase in resistance to punching, but, in cases where the slabs are confined in one direction, they aren't capable of totally redistribute the internal forces.

Keywords

- Punching
- Numerical Analysis
- Reinforced Concrete
- Flat slab
- Finite elements

Índice

Agradecimentos	i
Resumo	iii
Palavras-Chave	iii
Abstract	v
Keywords.....	v
Índice de Figuras	xi
Índice de Tabelas.....	xv
Notações	xvii
1. Introdução.....	1
1.1. Aspetos Gerais	1
1.2. Objetivos	1
1.3. Organização.....	2
2. Introdução Teórica	3
2.1. Introdução.....	3
2.2. Mecanismo de rotura por punçoamento.....	3
2.3. Mecanismo de resistência ao punçoamento	5
2.4. Resistência ao punçoamento em lajes contínuas	5
2.5. Modos de fratura	7
2.6. Modified compression field theory.....	8
2.7. Modelos Numéricos	10
2.7.1. João Nogueira, 2011 [6]	10
2.7.2. Nuno Mamede, 2011 [14]	11
3. Modelação numérica	13
3.1. Elementos Finitos.....	13
3.1.1. Tipos de elementos.....	13
3.2. Modelo numérico do betão	14
3.2.1. Resistência à tração.....	15
3.2.2. Resistência à compressão	16
3.2.3. Critério de rotura biaxial	17
3.2.4. Distribuição de fendas.....	18

3.2.5.	Comportamento pós-fendilhação	19
3.3.	Modelo numéricos de armaduras	20
3.3.1.	Relações tensão-deformação	21
3.3.2.	Aderência.....	21
3.4.	Modos de resolução numéricos	22
4.	Modelação e estudo paramétrico de lajes hexagonais sujeitas a punçoamento centrado	23
4.1.	Calibração do modelo numérico	23
4.1.1.	Modelos experimentais.....	23
4.1.2.	Modelo numérico	27
4.1.3.	Experimental vs numérico.....	31
4.2.	Estudo paramétrico	39
4.2.1.	Introdução	39
4.2.2.	Análise de resultados	41
5.	Modelação de lajes retangulares com possibilidade de redistribuição de momentos.....	45
5.1.	Sistema de ensaio.....	45
5.1.1.	Fases do ensaio.....	46
5.1.2.	Características dos modelos.....	48
5.2.	Punçoamento centrado.....	53
5.2.1.	Introdução	53
5.2.2.	Modelo numérico	54
5.2.3.	Experimental vs. Numérico (Análise de resultados).....	59
5.3.	Punçoamento excêntrico	68
5.3.1.	Introdução	68
5.3.2.	Modelo numérico	69
5.3.3.	Experimental vs numérico.....	72
6.	Avaliação da influência do confinamento na resistência ao punçoamento	81
6.1.	Introdução	81
6.2.	Lajes retangulares	82
6.2.1.	Introdução	82
6.2.2.	Análise de resultados	85
6.3.	Lajes Quadradas	89
6.3.1.	Introdução	89
6.3.2.	Modelo numérico.....	90

6.3.3. Análise de resultados	91
7. Conclusões e desenvolvimentos futuros	95
7.1. Lajes Hexagonais	95
7.2. Lajes Retangulares	95
7.3. Influência do confinamento na resistência ao punçoamento	95
7.4. Desenvolvimentos futuros	97
Bibliografia	99
Apêndice A – Normas.....	101
A.1. Eurocódigo 2 [4].....	101
A.2. Model Code [17]	102
A.3. ACI 318M-11 [16].....	105
Apêndice B – Ruptura por flexão (V_{flex})	107
B.1. Lajes hexagonais	107
B.2. Lajes Retangulares	107
Apêndice C – Métodos de resolução numérica	109
C.1. Iteração Newton-Raphson	109
C.2. Iteração Arc-length	110

Índice de Figuras

Figura 2.1 – Padrão de fendilhação na fase de flexão (adaptado de [6])	4
Figura 2.2 – Padrão de fendilhação na fase de corte (adaptado de [6]).....	4
Figura 2.3 - Comportamento pós-rotura (adaptado de [6])	4
Figura 2.4 – Forças que equilibram a força de punçãoamento (adaptado de [7])	5
Figura 2.5 - Influência do confinamento no comportamento de lajes; a) variação da linha de momentos nulos das lajes; b) curvas força-rotação das lajes (adaptado de [15])	6
Figura 2.6 - Curvas força-rotação para lajes continuas (adaptado de [15]).....	7
Figura 2.7 - Modos de rotura de um elemento de betão (adaptado de [11])	8
Figura 2.8 - Equilíbrio de forças em zona fendilhada (adaptado de [3]).....	8
Figura 2.9 - Comportamento do betão à tração e compressão segundo MCFT (adaptado de [11]).....	9
Figura 2.10 - Resumo MCFT (adaptado de [3])	9
Figura 2.11 - Modelo numérico utilizado por Nogueira [6]	11
Figura 2.12 - Modelo Numérico utilizado por Mamede [14]	12
Figura 3.1- Geometria dos elementos finitos no Atena 3D (adaptado de [2])	14
Figura 3.2 - Lei tensão-deformação do betão ATENA 3D (adaptado de [2])	14
Figura 3.3 - Resistência a tração (adaptado de [2])	15
Figura 3.4 - Resistência a compressão (adaptado de [2])	16
Figura 3.5 - Critério de rotura biaxial betão ATENA 3D (adaptado de [2])	17
Figura 3.6 – Modelos de distribuição de fendas do ATENA 3D (adaptado de [2]).....	19
Figura 3.7 - Relação entre RCM e FCM	19
Figura 3.8 - Redução na resistência à compressão do betão fendilhado (adaptado de [2])	20
Figura 3.9 - Modelos numéricos de armadura disponíveis no ATENA 3D (adaptado de [5])	20
Figura 3.10- Comportamento armaduras (adaptado de [2])	21
Figura 3.11 - Modelos de aderência (adaptado de [10])	21
Figura 3.12 – Load control vs displacement control (adaptado de [11])	22
Figura 4.1- Sistema de ensaio laje hexagonal (adaptado de [8])	23
Figura 4.2 - Planta do ensaio das lajes hexagonais (adaptado de [8])	24
Figura 4.3- Distribuição de armaduras inferiores lajes hexagonais (adaptado de [8])	25
Figura 4.4 – Distribuição de armaduras superiores lajes hexagonais	25
Figura 4.5 - Distribuição de defletómetros em planta (superior e inferior (adaptado de [8]) ...	27
Figura 4.6 - Disposição dos defletómetros em corte (adaptado de [8])	27
Figura 4.7 - Malha utilizada.....	29
Figura 4.8 - Passos de aplicação de carga	30
Figura 4.9 - Curva força-deslocamento D2 para o modelo A.....	33
Figura 4.10 - Curva força-deslocamento D2 para o modelo B.....	33
Figura 4.11 - Curva força-deslocamento D2 para o modelo C.....	33
Figura 4.12 - Tensão nas armaduras para o modelo A (em MPa).....	35
Figura 4.13 – Tensão nas armaduras para o modelo B (em MPa)	35

Figura 4.14 - Tensão nas armaduras para o modelo C (em MPa)	36
Figura 4.15 - Localização defletómetros na deformada.....	36
Figura 4.16 - Deformada experimental vs numérica para o modelo A para vários patamares de carga	37
Figura 4.17 - Deformada experimental vs numérica para o modelo B para vários patamares de carga	37
Figura 4.18 - Deformada experimental vs numérica para o modelo C para vários patamares de carga	38
Figura 4.19 - Tensões de Von Mises nos modelos A, B e C para $P=345$ kN, em MPa	39
Figura 4.20 – Resultados do estudo paramétrico para $f_c=20$ MPa, $f_c=30$ MPa e $f_c=40$ MPa ...	41
Figura 4.21 - Resultados do estudo paramétrico para $\rho = 0.5\%$ e $\rho = 1.0\%$	43
Figura 4.22- Resultados do estudo paramétrico para $\rho = 1.5\%$ e $\rho = 2.0\%$	43
Figura 5.1 - Sistema de ensaio em posição indeformada (adaptado de [9])	45
Figura 5.2 - Sistema de ensaio com deformação devido às cargas gravíticas (adaptado de [9])	46
Figura 5.3 - Sistema de ensaio com deformação devido às cargas horizontais (adaptado de [9])	46
Figura 5.4 - Sistema de aplicação da carga gravítica (adaptado de [12]).....	47
Figura 5.5 - Sistema de ensaio em alçado (adaptado de [9])	48
Figura 5.6 - Geometria sistema de ensaio (adaptado de [12]).....	48
Figura 5.7 - Disposição de armaduras laje de referência (adaptado de [12])	49
Figura 5.8 - Disposição de armaduras laje tipo 2 (adaptado de [12])	50
Figura 5.9 - Disposição de armaduras para a laje E-50	51
Figura 5.10 - Posição dos defletómetros verticais (adaptado de [12])	53
Figura 5.11 – Vista dos macro elementos (a) e da malha utilizada (b)	55
Figura 5.12 - Sequência de passos aplicados	56
Figura 5.13 - Sequência de passo aplicados	57
Figura 5.14 – Força média por escora experimental vs numérico	57
Figura 5.15 - Diferença de inclinação dos bordos ao longo dos ensaios (adaptado de [12])	58
Figura 5.16 – Padrão de fendas da laje de referência para a abertura da 1ª fenda e na rotura	60
Figura 5.17 – Curva força-deslocamento d1 para a laje tipo 2	61
Figura 5.18 - Tensão nas armaduras no início da fase fendilhada e na rotura para a Laje de referência, em MPa	62
Figura 5.19 - Tensão nas armaduras no início da fase fendilhada e na rotura para a laje 2.....	63
Figura 5.20 - Localização dos defletómetros.....	63
Figura 5.21 - Deformada experimental vs numérica para a laje de referência.....	64
Figura 5.22 - Deformada experimental vs numérica para a laje tipo 2.....	65
Figura 5.23 - Deslocamentos horizontais dos bordos das lajes modeladas numericamente	66
Figura 5.24 - Tensões Von Mises vista 3D, em MPa.....	67
Figura 5.25 - Tensões Von Mises Vista em perfil, em MPa	68
Figura 5.26 - Escora laje E-50	69
Figura 5.27 - Malha de elementos finitos utilizada para o punçoamento excêntrico	69
Figura 5.28 - Sequência de aplicação de carga para a laje E-50.....	70
Figura 5.29 - Sequência de aplicação de carga para a laje E-50.....	71

Figura 5.30 - Força experimental vs numérica na escora para a laje E-50.....	72
Figura 5.31 - Curva força-deslocamento d1 para a laje E-50	74
Figura 5.32 – Rotação total da laje excêntrica	74
Figura 5.33 - Rotação da laje excêntrica	75
Figura 5.34 - Rotação devido à deformação do pilar	75
Figura 5.35 - Curva força-drift para a laje excêntrica.....	76
Figura 5.36 - Rotação laje e pilar para a laje E-50	76
Figura 5.37 - Percentagem de drift devido à rotação da laje e à deformação do pilar na rotura	77
Figura 5.38 - Tensões nas armaduras para a laje E-50, em MPa	78
Figura 5.39 - Disposição defletómetros (adaptado de [9]).....	79
Figura 5.40 - Deformada experimental vs numérica para a laje E-50.....	79
Figura 5.41 – Tensões de Von Mises para a laje E-50 na rotura, em MPa.....	80
Figura 6.1 - Distribuição de momentos para varias cargas de um painel de uma laje continua; V1 – fase elástica; V2 – cedência das armaduras superiores; V3 – Redistribuição de momentos devido à cedência das armaduras inferiores; V4 – Rotura por flexão	82
Figura 6.2 - Condições de apoio das lajes retangulares.....	83
Figura 6.3 - Malha de elementos finitos utilizada para o estudo paramétrico.....	83
Figura 6.4 - Curva força-deslocamento para as lajes 40_1.5%-0.5% e 40_0.5%-1.5%	85
Figura 6.5 – Tensões nas armaduras para lajes retangulares para a rotura, em MPa.....	86
Figura 6.6 - Tensões Von Mises para a laje 40_0,5%-1,5% na rotura	86
Figura 6.7 - Tensões de Von Mises para a laje 40_1,5%-0,5% para P=404 kN, em MPa	87
Figura 6.8 - Resultado estudo paramétrico para: $\rho = 1,5\% - 0,5\%$ e $\rho = 0,5\% - 1,5\%$; $\rho = 1,0\% - 0,5\%$ e $\rho = 0,5\% - 1,0\%$	87
Figura 6.9 - Resultado estudo paramétrico para: $\rho = 1,5\% - 0,75\%$ e $\rho = 0,75\% - 1,5\%$	88
Figura 6.10 - Vista da simulação da laje quadrada (a vermelho)	89
Figura 6.11 - Disposição de armaduras da laje bidirecional	89
Figura 6.12 - Malha de elementos finitos utilizada para a laje bidirecional	91
Figura 6.13 - Condições de apoio para as lajes quadradas	91
Figura 6.14 - Curva força-d1 para laje quadrada com $f_c=40$ MPa	92
Figura 6.15 – Tensões nas armaduras e padrão de fendilhação na rotura para as lajes quadradas com $f_c=40$ MPa, em MPa.....	93
Figura 6.16 – Tensões de Von Mises com padrão de fendilhação para as lajes quadradas com $f_c=40$ MPa, em MPa.....	93
Figura 6.17 – Resultados do estudo paramétrico para a laje quadrada	94
Figura A.1 - Exemplo de perímetros de controlo de um pilar interior segundo o EC2 (adaptado de [4]).....	102
Figura A.2 - Perímetro de controlo segundo o Model Code (adaptado de [17]).....	103
Figura A.3 - Perímetro de controlo bo segundo o ACI 318M-11 (adaptado de [16])	105
Figura B.1 - Modo de rotura para lajes quadradas com deslocamento iguais nos bordos (adaptado de [15])	107
Figura B.2 - Modelo de cálculo do V_{flex} em fase elástica	108

Figura B.3 - Modelo de cálculo do V_{flex} no momento que gera a cedência das armaduras ($M_{ced.1}$)	108
Figura B.4 - Modelo de cálculo do V_{flex} na rotura	108
Figura C.1 – Esquema Newton-Raphson (adaptado de [2])	109
Figura C.2 - Esquema Arc-length (adaptado de [2])	110
Figura C.3 - Comportamento “snap-through” e “snap – back” (adaptado de [6])	111

Índice de Tabelas

Tabela 3.1 – Número de nós por elemento finito 3D	13
Tabela 4.1 – Características mecânica dos betões utilizados [8]	26
Tabela 4.2 - Caracterização das armaduras longitudinais [8]	26
Tabela 4.3 - Parâmetros lajes hexagonais.....	29
Tabela 4.4 - Comparação carga de rotura experimental com o MEF	31
Tabela 4.5 - Comparação carga de rotura experimental com as normas.....	32
Tabela 4.6 - Erros globais do modelo A, modelo B e modelo C.....	34
Tabela 4.7 - Características do betão utilizado no estudo paramétrico	40
Tabela 4.8 - Diâmetro de varões utilizados no estudo paramétrico de lajes hexagonais	40
Tabela 4.9 - Resultados do estudo paramétrico para lajes hexagonais em termos de força e deslocamento ultimo	42
Tabela 5.1 - Percentagem de armaduras (%) para as lajes de referência e tipo 2	50
Tabela 5.2 - Características do betão usado (adaptado de [11])	52
Tabela 5.3 - Tensões de cedência e rotura das armaduras.....	52
Tabela 5.4 - Parâmetros do betão para lajes retangulares.....	55
Tabela 5.5 – Comparação das cargas de rotura experimental com MEF	59
Tabela 5.6 – Comparação das cargas de rotura experimentais com normas.....	60
Tabela 5.7 - Erros globais da laje de referência e da laje Tipo 2.....	62
Tabela 5.8 - Parâmetros do betão para a laje E-50.....	70
Tabela 5.9 - Comparação das cargas de rotura experimental e o MEF	73
Tabela 5.10 - Comparação entre cargas de rotura experimental e normas.....	73
Tabela 5.11 - Erros globais da laje E-50 para a fase de carregamento vertical e carregamento horizontal	77
Tabela 6.1 - Características do betão utilizado no estudo paramétrico das lajes retangulares .	84
Tabela 6.2 - Diâmetro das armaduras, em mm	84
Tabela 6.3 - Percentagem geométrica de armadura superior por zona.....	84
Tabela 6.4 - Resultados estudo paramétrico para as lajes retangulares em termos de força e deslocamento último	88
Tabela 6.5 - Diâmetro dos varões para o estudo paramétrico das lajes quadradas.....	90
Tabela 6.6 - Características do betão utilizado no estudo paramétrico das lajes quadradas	90
Tabela 6.7 - Resultados estudo paramétrico para as lajes quadradas em termos de força e deslocamento último	94
Tabela A.1 - Níveis de aproximação segundo o Model Code ([17])	104

Notações

Letras minúsculas latinas

- b – Largura média da laje
- b_0 – Perímetro de controlo segundo o Model Code
- d – Altura útil da laje
- d_g – Dimensão máxima dos agregados
- f_{cm} - Tensão média de rotura à compressão do betão em provetes cilíndricos
- f_t - Tensão média de resistência à tração
- $f_t'^{ef}$ - Tensão efetiva da resistência à tração do betão
- $f_c'^{ef}$ - Tensão efetiva da resistência à compressão do betão
- r_{ec} - Fator de redução daa tensão de resistência à compressão
- r_{et} - Fator de redução daa tensão de resistência à tração
- w – Abertura de fenda
- w_c – Abertura de fenda quando a resistência à tração é nula
- w_d - Abertura máxima da fenda de compressão

Letras maiúsculas latinas

- A_s – Área de armadura longitudinal
- D_\emptyset - Diâmetro do varão
- E – Modulo de elasticidade
- E_0 – Modulo de elasticidade inicial
- E_c – Modulo de elasticidade secante
- G_f – Energia de fratura

- V_{exp} – Carga de rotura experimental
- V_{flex} – Carga de rotura por flexão
- V_{MC2010} – Carga de rotura segundo o Model Code 2010
- V_{ACI} – Carga de rotura segundo o ACI

Letras minúsculas gregas

- ρ – Percentagem geométrica de armadura longitudinal
- ε – Extensão do betão
- ε_c ou ε_{cp} – Extensão do betão em $f_c^{'ef}$
- ε_d - Extensão para a qual não existe resistência do betão
- σ – Tensão normal do betão
- σ_{vm} - Tensão de Von Mises
- σ_{c1} e σ_{c2} – Tensões do betão nas direções principais
- τ – Tensão tangencial do betão
- φ – Rotação da laje na rotura

Abreviaturas

- EC2 – Eurocodigo 2
- MC2010 – Model code 2010
- RCM – Rotated crack model
- FCM – Fixed crack model
- A.L – Arc-length
- N.R – Newton-Raphson

1. Introdução

1.1. Aspetos Gerais

O punçoamento é um problema típico em lajes fungiformes, que são lajes que apoiam diretamente em pilares, dispensando total ou parcialmente o uso de vigas.

Estas lajes têm a vantagem de ocupar menos espaço no edifício, permitindo cofragens mais simples e económicas, assim como pé direitos livre mais elevados, vãos maiores e facilita a passagem de instalações técnicas.

Em contrapartida, devido à ausência de vigas, o dimensionamento destas lajes é condicionado pela concentração de esforços na ligação pilar-laje. Esta concentração de esforços pode levar à rotura local da laje, podendo levar ao colapso progressivo do edifício devido ao facto de existir um acréscimo de esforços nos pilares vizinhos.

Atualmente, para dimensionar lajes fungiformes resistentes ao punçoamento, são utilizadas fórmulas empíricas (EC2, ACI) que foram deduzidas a partir de modelos experimentais de painéis de lajes isoladas, em que não constam fenómenos como o confinamento das lajes, que aumentam a resistência da laje ao punçoamento.

Por isso, é necessário compreender melhor este fenómeno, para se desenvolver ferramentas que permitam um dimensionamento correto de lajes fungiformes.

1.2. Objetivos

Os objetivos desta dissertação são:

- Estudar a influência da concentração de armaduras junto ao pilar na resistência ao punçoamento em lajes fungiformes;
- Estudar a influência do confinamento e da redistribuição de esforços na resistência ao punçoamento em lajes fungiformes.

Para isso, foram realizados estudos paramétricos, fazendo variar alguns parâmetros que influenciam o comportamento destas lajes ao punçoamento, recorrendo ao software ATENA 3D [2], que permite efetuar análises não lineares de elementos de betão armado.

No caso da influência do confinamento e redistribuição de esforços na resistência ao punçoamento em lajes fungiformes, foi simulado um sistema de ensaio desenvolvido por Almeida et Al. ([9]) que permite estudar experimentalmente lajes com possibilidade de redistribuição de momentos.

1.3. Organização

De seguida apresenta-se um resumo do conteúdo de cada capítulo desta dissertação, sendo que este capítulo faz uma introdução aos problemas estudados.

No segundo capítulo, é analisado o fenómeno do punçoamento, assim como as teorias por detrás do programa de cálculo utilizado para realizar as análises numéricas.

No terceiro capítulo, é efetuada uma introdução ao software utilizado nas análises numéricas realizadas (ATENA 3D), assim como um resumo de algumas propriedades do programa.

No quarto capítulo, é estudada a influência da distribuição de armaduras longitudinais na resistência ao punçoamento em lajes hexagonais sujeitas a carregamento vertical centrado. Para isso, foram calibrados alguns modelos numéricos com base em ensaios experimentais, seguido de um estudo paramétrico em que se fez variar a percentagem de armadura mecânica para duas distribuições de armaduras.

No quinto capítulo, é modelado um sistema de ensaio que simula a área de laje entre dois meios-vão para um edifício. Para tal, são simulados ensaios de lajes relativamente ao punçoamento centrado e ao punçoamento excêntrico. Este sistema de ensaio permite ainda a realização de ensaios cíclicos que não serão abordados nesta dissertação.

No sexto capítulo, são efetuados dois estudos paramétricos com vista a avaliar a influência da redistribuição de momentos e do confinamento na resistência ao punçoamento centrado. Para isso, foi feito variar a percentagem de armadura superior e inferior. De notar, que neste estudo paramétrico, simularam-se lajes retangulares com comportamento unidirecional e lajes quadradas com comportamento bidirecional.

Finalmente, no sétimo capítulo, são retiradas as conclusões assim como efetuadas algumas recomendações para trabalhos futuros.

2. Introdução Teórica

2.1. Introdução

Seguidamente, descrevem-se as diversas fases que caracterizam o fenómeno do punçoamento, assim como a transmissão de esforços entre fendas, a resistência ao punçoamento em lajes contínuas, os modos de fratura existentes em elementos de betão armado, e os conceitos por detrás do programa de cálculo utilizado (modified compressive field theory).

2.2. Mecanismo de rotura por punçoamento

A rotura por punçoamento ocorre quando existe uma elevada concentração de tensões no apoio devidas a apoios concentrados ou cargas concentradas. Apesar de ser uma rotura local, esta rotura pode levar ao colapso progressivo da estrutura, devido à redistribuição de esforços existentes quando ocorre este tipo de rotura.

Esta rotura é uma rotura do tipo frágil e, no caso das lajes fungiformes, este fenómeno ocorre na ligação pilar-laje.

Para se obter uma rotura por punçoamento na ligação pilar-laje, é necessário que ocorram as seguintes fases [6]:

I. Fase elástica

Nesta fase, o betão e as armaduras tem um comportamento elástico, não existindo abertura de fendas.

II. Fase de fendas de flexão

Nesta fase, aparecem fendas tangenciais e radiais provocados por esforços de flexão na laje (ver Figura 2.1).

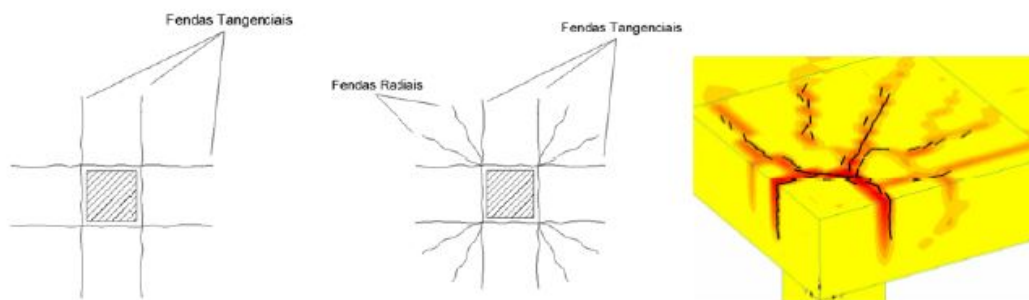


Figura 2.1 – Padrão de fendilhação na fase de flexão (adaptado de [6])

III. Fase de fendas de corte

Nesta fase, começam a existir fendas de corte inclinadas na face inferior da laje, que se propagam até à face superior (Figura 2.2.) formando um mecanismo tronco-cônico. Essas fendas aumentam até existir rotura por punçoamento.

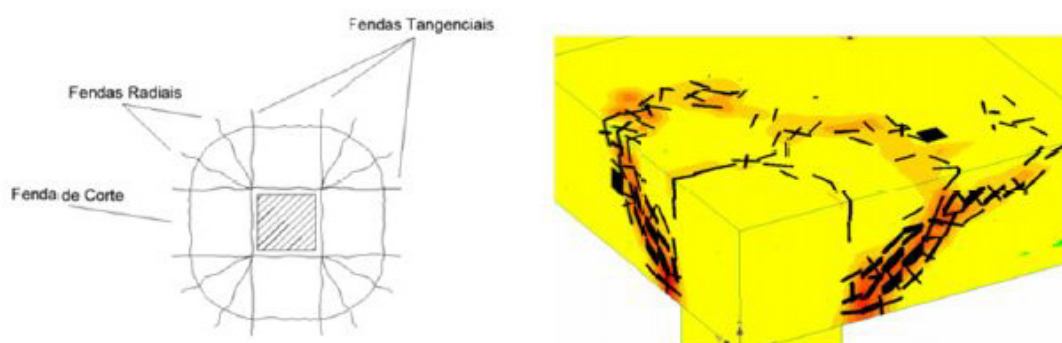


Figura 2.2 – Padrão de fendilhação na fase de corte (adaptado de [6])

IV. Pós-rotura

Após a rotura, a laje fica apenas unida ao pilar pela armadura longitudinal (Figura 2.3).

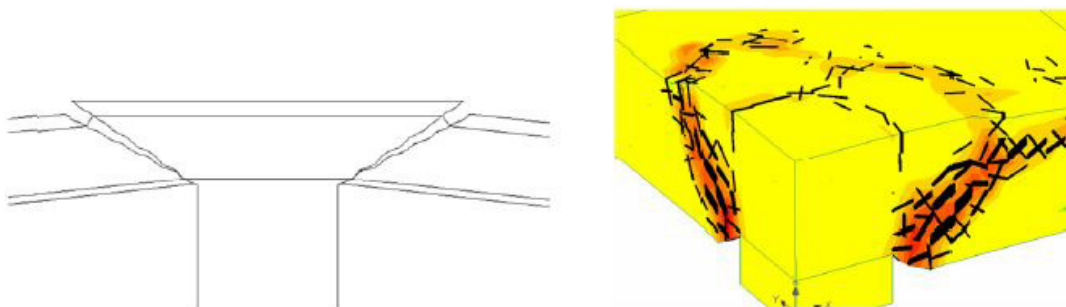


Figura 2.3 - Comportamento pós-rotura (adaptado de [6])

2.3. Mecanismo de resistência ao punçoamento s/ armadura específica

Após a abertura da primeira fenda de corte junto ao pilar, a transmissão de cargas verticais é feita por (Figura 2.4):

1. Compressão radial do betão não fendilhado;
2. Atrito entre agregados na zona onde existe abertura de fendas;
3. Efeito de ferrolho das armaduras que atravessam as fendas;

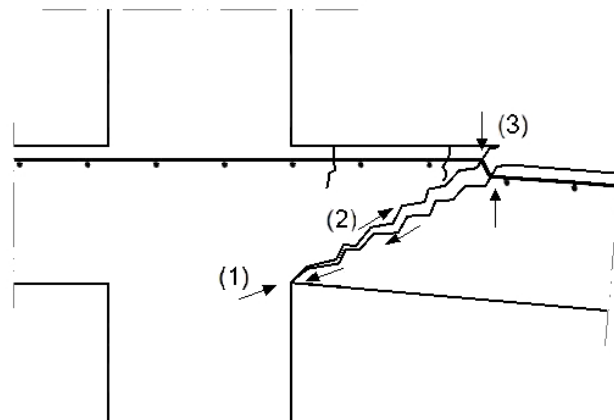


Figura 2.4 – Forças que equilibram a força de punçoamento (adaptado de [7])

2.4. Resistência ao punçoamento em lajes contínuas

A esmagadora maioria de resultados experimentais refere-se a ensaios em painéis isoladas de laje. No entanto, o comportamento de uma laje contínua é diferente, devido à existência de fenómenos como a redistribuição de momentos e do confinamento.

Einpaul et al.([15]) modelou lajes fungiformes contínuas com vista a estudar a resistência ao punçoamento em lajes contínuas.

Para isso, utilizou um modelo numérico de laje axissimétrico com as seguintes condições de fronteira:

- Lajes isoladas, em que a laje foi modelada até à linha de momentos nulos (aproximadamente $0.22L$ do pilar) (Figura 2.5, curva 2)

- Lajes contínuas, em que a rotação do bordo é nula (Figura 2.5, curva 3)
- Lajes contínuas, em que a rotação e o esforço axial são nulos (Figura 2.5, curva 4)
- Lajes contínuas, com deslocamentos horizontais e rotações do bordo impedidas (Figura 2.5, curva 5)

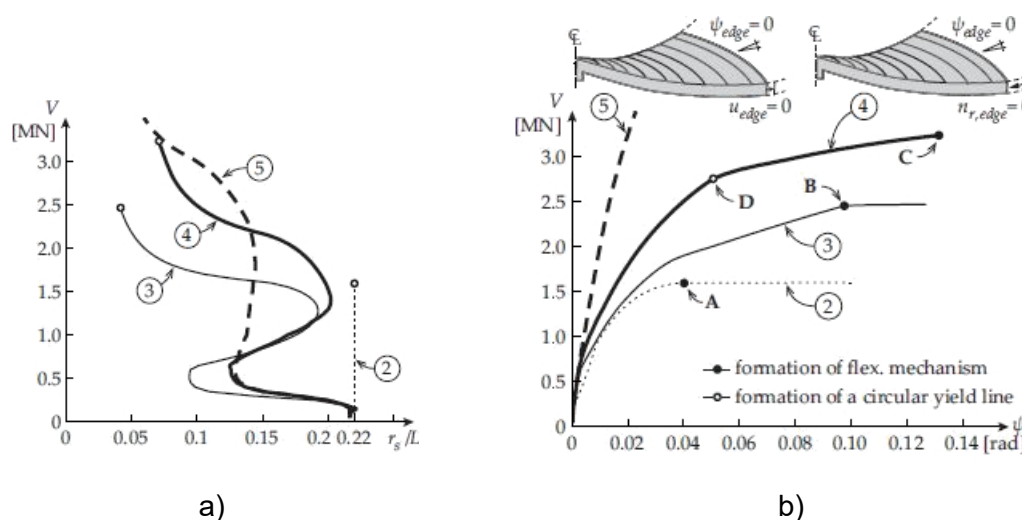


Figura 2.5 - Influência do confinamento no comportamento de lajes; a) variação da linha de momentos nulos das lajes; b) curvas força-rotação das lajes (adaptado de [15])

Com base neste estudo, Einpaul et al ([15]) concluiu que as principais diferenças entre as lajes isoladas (curva 2) e as lajes contínuas (curvas 3, 4 e 5) são a redistribuição de momentos, que pode alterar a posição da linha de momentos nulos e o facto destas lajes se encontrarem comprimidas, impedindo a expansão da laje (encastramento deslizante). Por outro lado, ao confinar a laje, esta tem um comportamento mais rígido, que levará igualmente a um incremento potencial da resistência ao punçoamento.

De seguida, com vista a avaliar a redistribuição plástica de momentos, Einpaul et al ([15]) modelou lajes axissimétricas em que, para uma percentagem de armadura total ($\rho=1.5\%$), optou por fazer uma distribuição de armaduras em que a percentagem de armadura é o dobro junto ao pilar do que a meio-vão (Laje 1), e outra em que a percentagem de meio-vão é o dobro da junto ao pilar (Laje 2) (Figura 2.6).

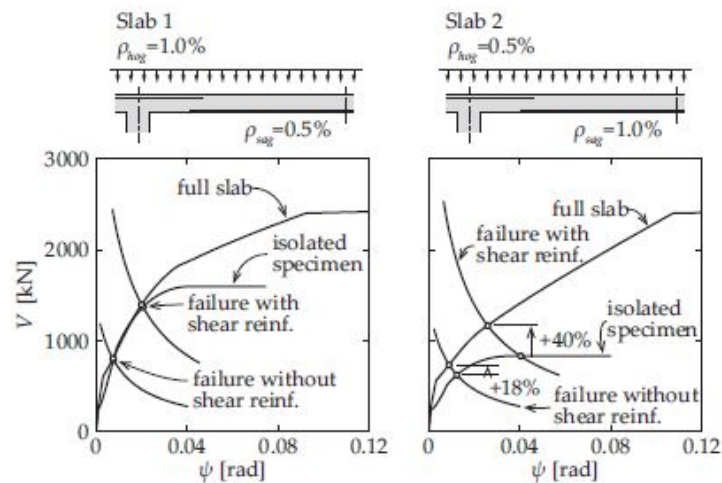


Figura 2.6 - Curvas força-rotação para lajes contínuas (adaptado de [15])

Observando a Figura 2.6, podemos concluir que o comportamento da Laje 1 é similar ao das lajes isoladas, mas que para a Laje 2, a laje contínua tem um comportamento mais rígido do que a laje isolada, revelando aumentos na resistência ao punçoamento de 18% para lajes sem reforço ao punçoamento e 40% para lajes com reforço ao punçoamento.

2.5. Modos de fratura

Para um elemento de um material em que ocorra fendilhação, podem-se formar três tipos de fendas (Figura 2.7):

- Fendas de tração (Modo I)
- Fendas de corte (Modo II)
- Fendas de rasgamento (Modo III)

No caso do betão, as fendas mais comuns são originadas por tração (Modo I), sendo que para elementos de betão armado se obtenham a combinação de fendas provenientes de tração (modo I) e corte (modo II).

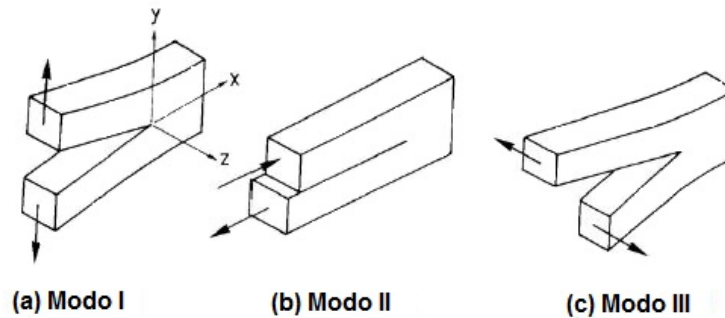


Figura 2.7 - Modos de rotura de um elemento de betão (adaptado de [11])

2.6. Modified compression field theory

Esta teoria serve para calcular tensões no plano em elementos fendilhados. Para isso, trata os elementos fendilhados como elementos de um material diferente.

Este “novo” material é capaz de transmitir tensões de corte e compressão através do atrito entre agregados, mas incapaz de transmitir forças de tração (Figura 2.8). No entanto, as trações são transmitidas por zonas onde o betão não se encontra fendilhado.

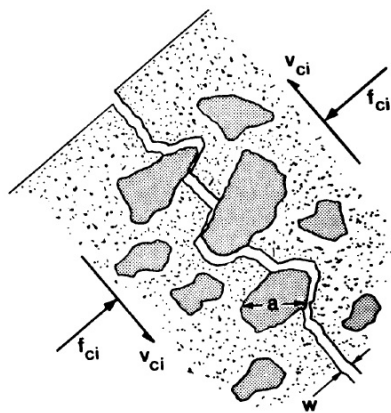


Figura 2.8 - Equilíbrio de forças em zona fendilhada (adaptado de [3])

Relativamente ao comportamento do betão, esta teoria considera que este poderá estar em (Figura 2.9):

- Tração, em que existe uma fase elástica seguida de uma fase em que existe a formação de fendas, que origina redistribuição de tensões.
- Compressão, que contempla uma fase elástica, uma fase em que existe o endurecimento do betão, que acaba quando este atinge a tensão máxima,

seguido de uma fase em que existe libertação de tensões devido ao esmagamento do betão.

Para a compressão, existe uma redução na força de compressão resistente do betão na direção perpendicular após a abertura de fendas.

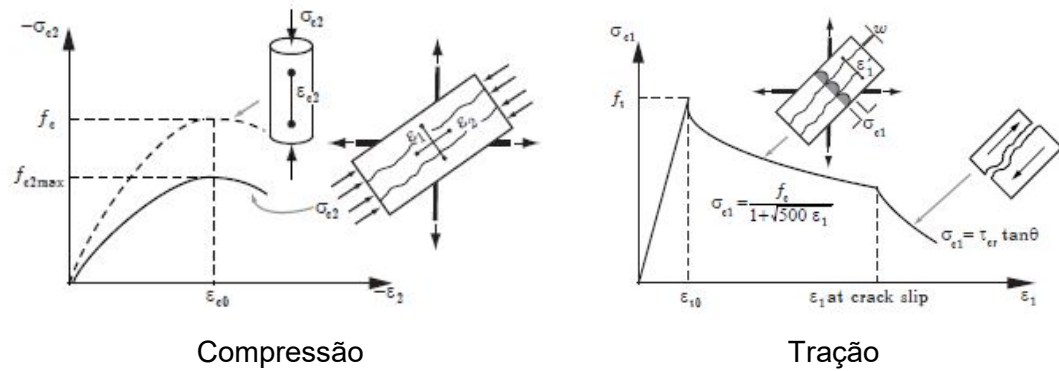


Figura 2.9 - Comportamento do betão à tração e compressão segundo MCFT (adaptado de [11])

Em suma, esta teoria foi desenvolvida considerando que os elementos fendilhados têm um comportamento resultante da sobreposição do comportamento das armaduras e do betão (Figura 2.10).

	Reinforcement	Cracked Concrete	Reinforced Concrete
Strain Conditions			
Stress Conditions			
Stress-Strain			

Figura 2.10 - Resumo MCFT (adaptado de [3])

Com base na Figura 2.10, conclui-se que esta teoria resulta da aplicação das seguintes condições:

- Compatibilidade, em que a extensão das armaduras tem que ser igual à extensão betão envolvente;
- Equilíbrio, em que as tensões neste elemento resultam da sobreposição de tensões no betão com as armaduras;
- Tensão-Deformação, em que o comportamento do elemento de betão armado está dependente do comportamento do betão e das armaduras.

2.7. Modelos Numéricos

2.7.1. João Nogueira, 2011 [6]

Nogueira 2011, simulou 5 ensaios de lajes fungiformes (4 reforçadas com parafusos verticais pós-instalados) utilizando o software ATENA 3D [2]. Estas simulações foram comparadas em termos de carga de rotura, deformadas, extensões nas armaduras e cargas nos parafusos de reforço ao punçoamento.

Para modelar estas lajes, o autor optou por utilizar três modelos numéricos para cada laje, em que um dos modelos tinha uma fendilhação do tipo *fixed crack model* (FCM), enquanto que os outros dois modelos tinham uma fendilhação do tipo *rotated crack model* (RCM), sendo que um destes tinha uma malha mais refinada.

Para simular o betão, Nogueira [6] optou por utilizar elementos hexaédricos (com uma zona mais refinada para lajes sem armadura específica) enquanto que para simular as armaduras e os parafusos, Nogueira [6] optou por utilizar elementos de barra com comportamento multilinear (Figura 2.11)

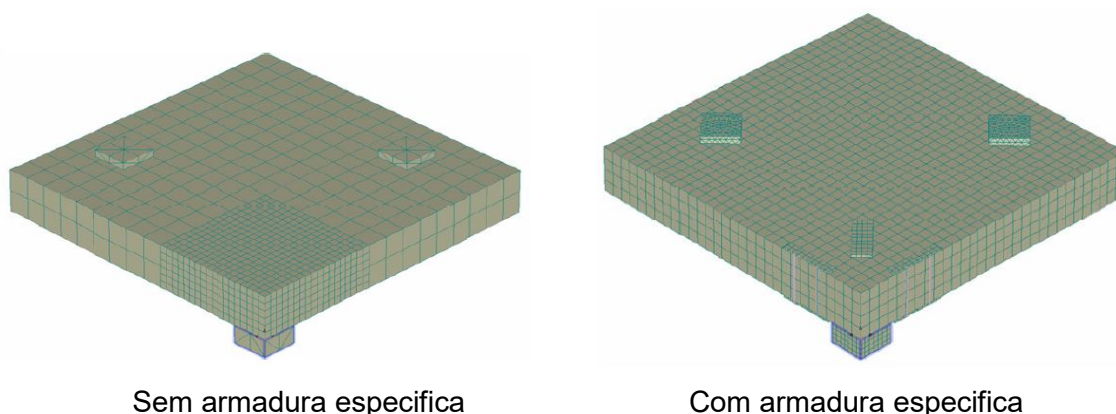


Figura 2.11 - Modelo numérico utilizado por Nogueira [6]

O autor conclui-o que os resultados obtidos, quanto às cargas de rotura se encontravam próximos dos experimentais e que, no geral, o modo de rotura se encontrava correto.

Relativamente aos três modelos utilizados para simular um ensaio experimental, Nogueira [6] conclui-o que:

- Utilizando o modelo de fendilhação RCM trouxe uma melhor convergência para a malha mais refinada
- Para malhas iguais, que o modelo FCM dá um comportamento mais rígido à laje que o modelo de fendilhação RCM

Relativamente aos resultados dos extensómetros, Nogueira [6] obteve erros elevados quando comparou os resultados experimentais e numéricos, nomeadamente para os varões junto ao pilar. Quanto as cargas nos parafusos, o software utilizado conseguiu boas previsões para cargas baixas aplicadas na laje, mas que existiram erros elevados para cargas elevadas.

2.7.2. Nuno Mamede, 2011 [14]

Mamede [14] realizou um estudo paramétrico em que modelou 216 lajes fungiformes com pilar interior, fazendo variar a percentagem de armadura geométrica, a espessura da laje, a resistência à compressão do betão e a dimensão transversal do betão.

Os resultados obtidos em termos de carga de rotura e rotação da laje foram comparados com algumas normas e recomendações (EC2 [4] e MC2010 [17]). Foi

ainda proposto uma alteração à equação do EC2 [4] que prevê a resistência ao punçoamento sem armadura específica.

Para simular estes modelos, Mamede [14] optou por usar um modelo numérico de $\frac{1}{4}$ de laje (tirando proveito da simetria da laje) (Figura 2.12).

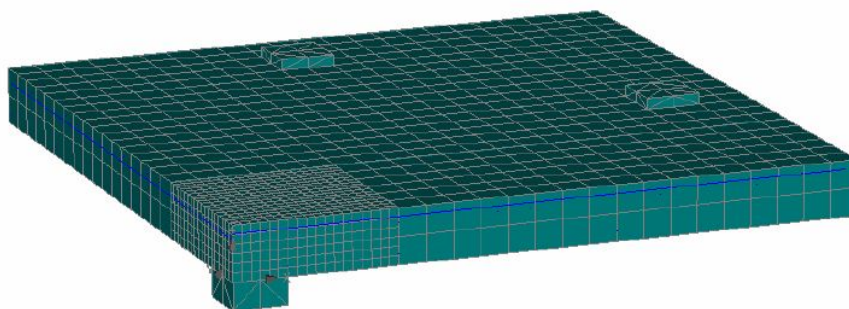


Figura 2.12 - Modelo Numérico utilizado por Mamede [14]

O betão foi modelado através de elementos hexaédricos em que a zona mais próxima do pilar a malha se encontra mais refinada (cerca de $\frac{1}{3}$ da dimensão dos elementos da zona exterior) numa distancia aproximada da largura do pilar mais três vezes a altura útil).

Relativamente às armaduras, Mamede [14] optou por utilizar elementos de barra com comportamento bilinear, enquanto que o pilar e as chapas de apoio foram simulados recorrendo a elementos tetraédricos.

As conclusões tiradas do estudo paramétrico foram que que as cargas de rotura ao punçoamento aumentam quando se aumenta a percentagem de armadura longitudinal, a resistência à compressão do betão, a espessura da laje e a dimensão transversal do betão.

Quanto à comparação com as normas, Mamede [14] conclui-o que os resultados numéricos são próximos dos obtidos com as normas, sendo que os resultados obtidos pelas normas são conservativos.

Por fim, Mamede [14] conclui-o que a alteração ao EC2 [4] sugerida pelo autor aproxima melhor os modelos numéricos que os da formulação original.

3. Modelação numérica

A modelação numérica foi feita através do software ATENA 3D ([2]). Este software é um programa de elementos finitos que permite fazer análises não lineares de elementos tridimensionais de elementos de betão armado.

Neste capítulo apresenta o tipo de elementos finitos existente no software ATENA 3D ([2]), assim como uma descrição dos principais parâmetros utilizados pelo software para caracterizar o betão e as armaduras.

3.1. Elementos Finitos

3.1.1. Tipos de elementos

Para analisar a ligação pilar-laje, serão utilizados elementos tridimensionais.

Existem vários tipos de elementos finitos, sendo que quanto mais nós estes tiverem, maior será a sua precisão. O número de nós existente em elementos finitos depende da geometria do elemento finito e do número de nós por linha.

O nº de nós por linha é dado por uma função interpoladora. Estas funções permitem aproximações de grau $n - 1$, sendo que n corresponde ao número de nós por linha.

Os elementos existentes no software Atena 3D [2] são: Tetraedros, Wedge e Hexaédricos (Figura 3.1). De notar que estes elementos podem ter uma aproximação linear (2 nós por linha) e quadrática (3 pontos por linha).

De seguida apresenta-se uma tabela resumo com o nº de nós existentes para elementos lineares e quadráticos (Tabela 3.1).

Tabela 3.1 – Número de nós por elemento finito 3D

Elementos	Função interpoladora	
	Linear	Quadrática
Tetraédricos	4 nós	10 nós
Wedge	6 nós	14 nós
Hexaédricos	8 nós	20 nós

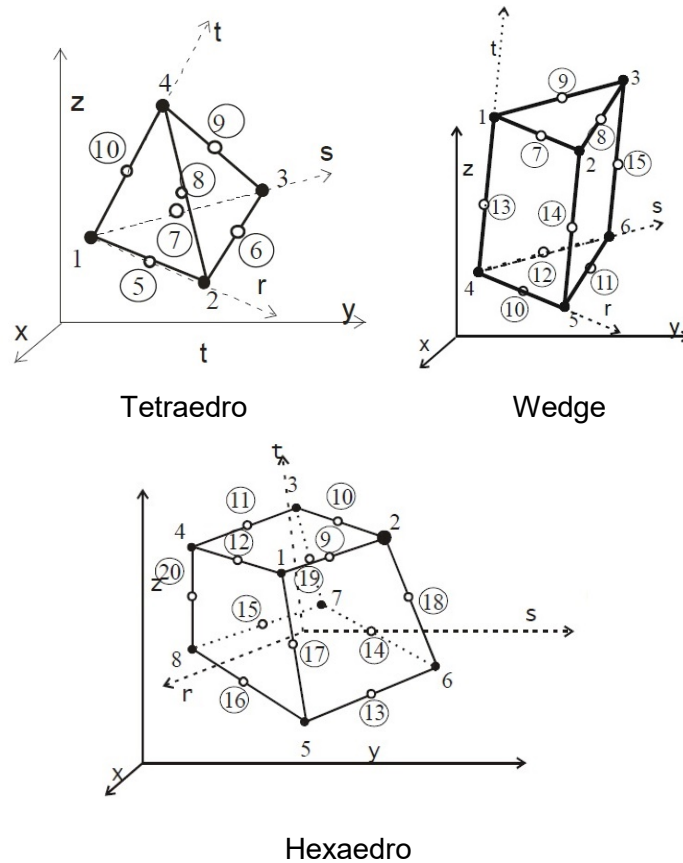


Figura 3.1- Geometria dos elementos finitos no Atena 3D (adaptado de [2])

3.2. Modelo numérico do betão

No ATENA 3D [2], para além do comportamento do betão ser diferente à tração e à compressão, este está subdividido em duas fases: pré-fendilhação (fase 1 e 3), formação da fenda (fase 2 e 4) e pós fendilhação (quando não existe tensão) (Figura 3.2).

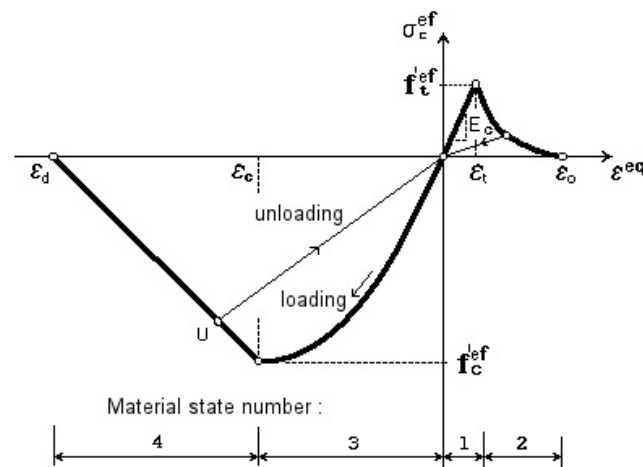


Figura 3.2 - Lei tensão-deformação do betão ATENA 3D (adaptado de [2])

3.2.1. Resistência à tração

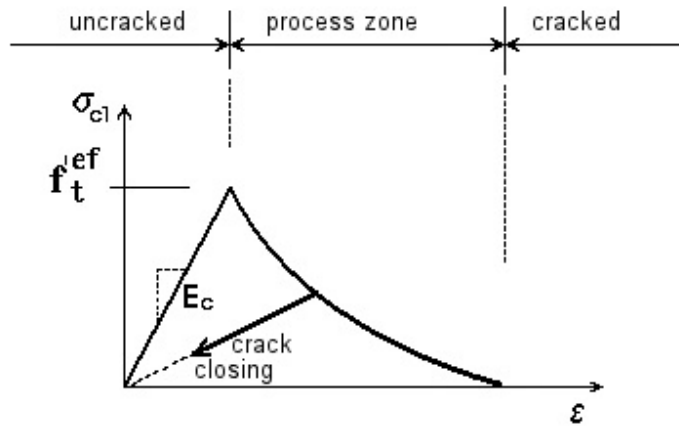


Figura 3.3 - Resistência a tração (adaptado de [2])

O software ATENA 3D considera que a resistência à tração do betão está dividida em 2 partes:

a) Fase elástica

Neste estado, o andamento das tensões no betão é modelado recorrendo a uma função linear.

b) Fase de formação de fendas

A função que define a lei de abertura de fendas no software ATENA 3D é dado por (equação 3.1):

$$\frac{\sigma}{f_t^{'ef}} = \left\{ 1 + \left(c_1 \frac{w}{w_c} \right)^3 \right\} \times e^{-c_2 \frac{w}{w_c}} - \frac{w}{w_c} (1 + c_1^3) * e^{-c_2} \quad (3.1)$$

Em que:

- σ é a tensão normal, em MPa
- w é a abertura da fenda, em mm
- w_c é a abertura de fendas quando a resistência à tração é nula. Esta é definida por (equação 3.2):

$$w_c = 5.14 \frac{G_f}{f_t^{'ef}} \quad (3.2)$$

- c_1 e c_2 são constantes em que $c_1 = 3$ e $c_2 = 6,93$

- G_f é a energia de fratura. Este parâmetro representa a energia necessária para criar uma zona onde a sua resistência a tração seja nula e é definido pela equação 3.3:

$$G_f = 0.000025 f_t'^{ef} \quad (3.3)$$

- $f_t'^{ef}$ é a tensão efetiva da resistência à tração do betão

3.2.2. Resistência à compressão

A resistência à compressão do betão é ilustrada pela Figura 3.4.

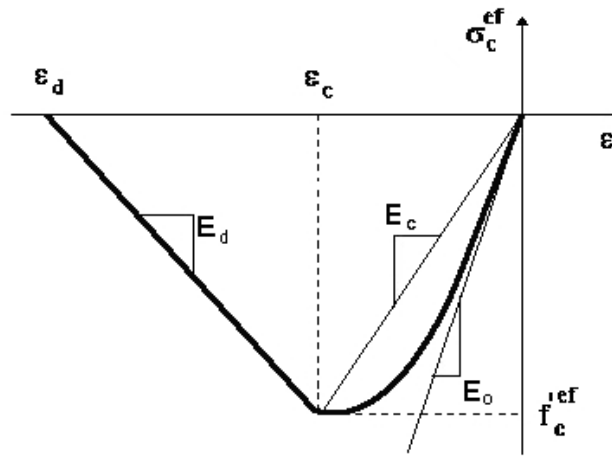


Figura 3.4 - Resistência a compressão (adaptado de [2])

Tal como a tração, o comportamento do betão está subdividido em 2 fases:

a) Fase elástica

Neste estado, a resistência à compressão do betão é simulada pela equação 3.4:

$$\sigma_c^{ef} = f_c'^{ef} \frac{kx - x^2}{1 + (k - 2)x}; \quad x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}; \quad k = \frac{E_0}{E} \quad (3.4)$$

Em que:

- σ_c^{ef} é a tensão de compressão do betão
- $f_c'^{ef}$ é a tensão efetiva de resistência à compressão do betão
- ε é a extensão do betão

- ε_c é a extensão em $f_c'^{ef}$
- k é o parâmetro de forma, que deve ser maior ou igual a 1
- E_0 é o módulo de elasticidade inicial
- E_c é o módulo de elasticidade secante

O parâmetro k influencia o andamento das tensões de compressão em fase elástica. Por exemplo, se $k=1$ a função é linear e não existe dano no betão em fase linear, enquanto se $k=2$, então a função torna-se uma parábola, simulando dano distribuído no betão.

b) Fase de formação de fendas

No ATENA 3D, o comportamento do betão após a tensão máxima de resistência à compressão é definido por um troço descendente linear, em que a extensão para a qual a resistência à compressão é nula (ε_d) é dado por (equação 3.5).

$$\varepsilon_d = \varepsilon_c + \frac{w_d}{L_d'} \quad (3.5)$$

Em que:

- w_d é a abertura máxima da fenda de compressão (por defeito $w_d = 0.5 \text{ mm}$)
- L_d' é o comprimento da banda

3.2.3. Critério de rotura biaxial

O critério de rotura biaxial do betão é caracterizado pela Figura 3.5.

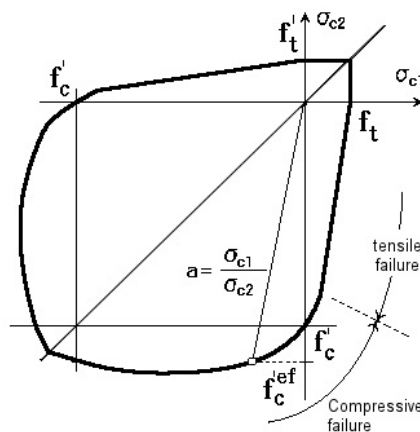


Figura 3.5 - Critério de rotura biaxial betão ATENA 3D (adaptado de [2])

Este critério traduz o comportamento do betão nas seguintes situações:

a) Compressão- compressão

Neste estado, o comportamento do betão é descrito pela equação 3.6

$$f_c'^{ef} = \frac{1 + 3.65a}{(1 + a)^2} f_c ; a = \frac{\sigma_{c1}}{\sigma_{c2}} \quad (3.6)$$

De notar que:

- σ_{c1} , σ_{c2} correspondem às tensões do betão nas direcções principais
- f_c é a resistência à compressão uniaxial do betão em cilindros

b) Tração – tração

Quando existe tração em ambas as direcções principais do betão, a força de tração máxima do betão é constante e igual à força de tração uniaxial f_t' .

c) Compressão – Tração

Neste estado, se a rotura se der pelo lado das tensões de compressão, então o critério de rotura é dado pela equação 3.7.

$$f_c'^{ef} = f_c r_{ec} ; r_{ec} = 1 + \frac{5.3278 \sigma_{c1}}{f_c} ; 1.0 \geq r_{ec} \geq 0.9 \quad (3.7)$$

De salientar que r_{ec} é um fator de redução das forças de compressão numa direcção devido às tensões de tração na direcção perpendicular.

Caso contrário, a envolvente de rotura é dada pela equação 3.8

$$f_t'^{ef} = f_t r_{et} ; r_{et} = 1 - 0.95 \frac{\sigma_{c2}}{f_c} \quad (3.8)$$

Em que r_{et} é um fator de redução das forças de tração numa direcção devido às forças de compressão na direcção perpendicular.

3.2.4. Distribuição de fendas

O ATENA 3D [2] utiliza uma distribuição de fendas distribuída. Para controlar o processo de abertura de fendas, o ATENA 3D [2] permite 2 abordagens:

- Modelo de fendilhação fixo (FCM)
- Modelo de fendilhação rotativo (RCM)

Com o FCM, a direção da fenda é dada pela direção das tensões principais no momento em que a fenda começa a abrir, enquanto que no RCM, a direção da fenda acompanha a direção das tensões principais (Figura 3.6).

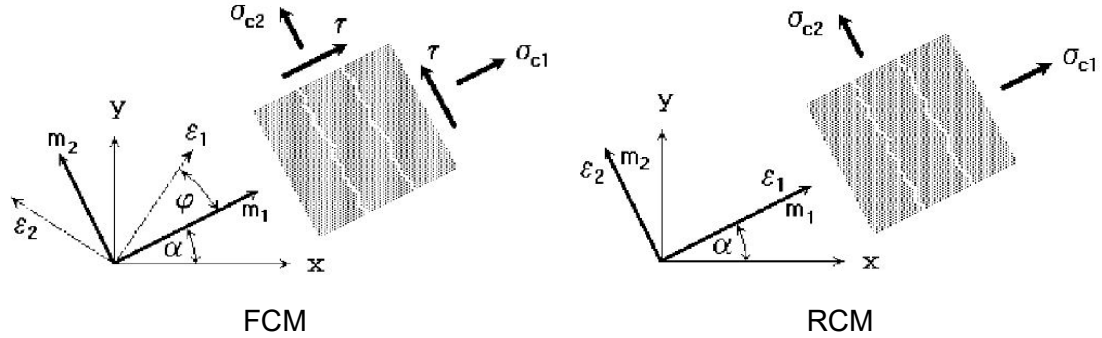


Figura 3.6 – Modelos de distribuição de fendas do ATENA 3D (adaptado de [2])

Informa-se que, ao permitir que a direção das fendas acompanhe a direção das tensões principais, não existem tensões de corte nas fendas.

No software ATENA 3D [2], este parâmetro é modelado através de um coeficiente que define a relação entre o RCM e o FCM (Figura 3.7). Este coeficiente permite uma variação entre os dois modelos, sendo que 0 corresponde ao RCM e 1 ao FCM.

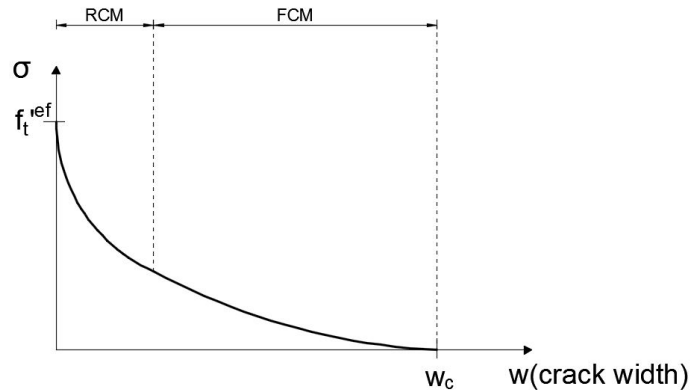


Figura 3.7 - Relação entre RCM e FCM

3.2.5. Comportamento pós-fendilhação

Após a abertura de fendas, existe uma redução da força de compressão que o betão aguenta na direção das fendas dado que o betão estica. No ATENA 3D [2], este efeito é descrito segundo a equação 3.9.

$$f_c'^{ef} = r_c f_c' ; r_c = c + (1 - c)e^{-(128\varepsilon_u)^2} \quad (3.9)$$

O valor da constante c representa a máxima redução para extensões transversais muito elevadas, e está pré-definido no software ATENA 3D como 0.8, obtido através de ensaios experimentais.

Este fenómeno está ilustrado na Figura 3.8.

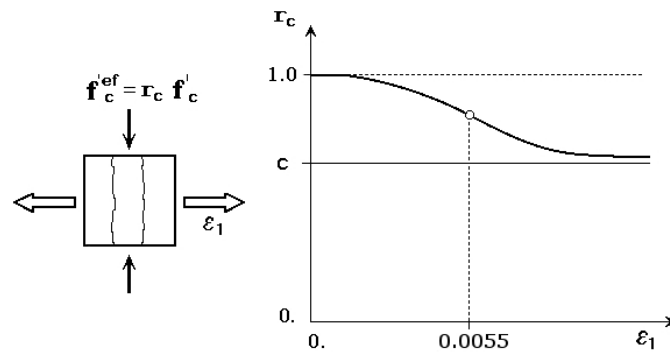


Figura 3.8 - Redução na resistência à compressão do betão fendilhado (adaptado de [2])

3.3. Modelo numéricos de armaduras

O Atena 3D [2] possui duas formas de modelar as armaduras (Figura 3.9):

- Discreta, em que o utilizador pode modelar as armaduras como elementos de barras ou cabos.
- Distribuídas, em que as armaduras fazem parte do material, ou introduzindo uma camada de material distinto na interface de dois macro elementos de betão.

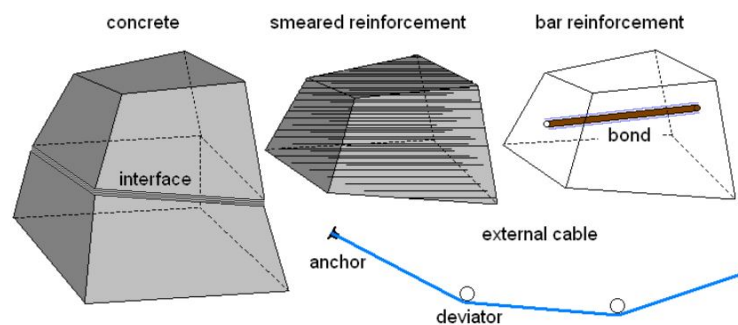


Figura 3.9 - Modelos numéricos de armadura disponíveis no ATENA 3D (adaptado de [5])

3.3.1. Relações tensão-deformação

No ATENA 3D [2], existem as seguintes relações tensão-deformação disponíveis para as armaduras (Figura 3.10):

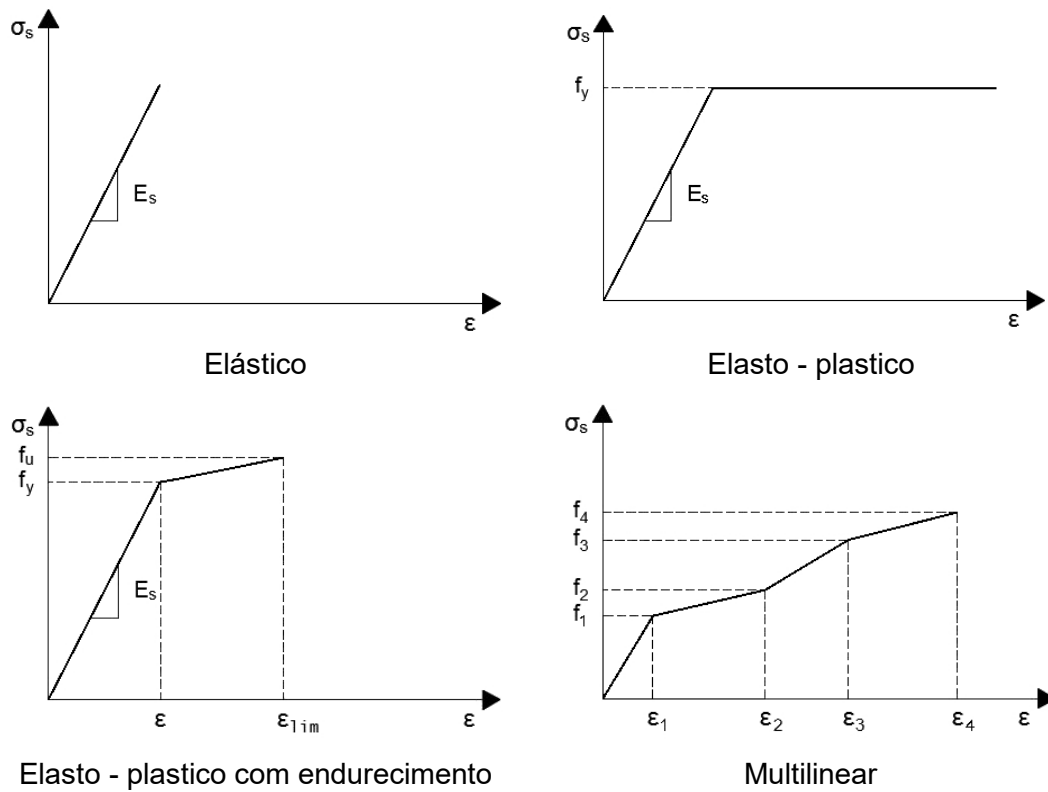


Figura 3.10- Comportamento armaduras (adaptado de [2])

3.3.2. Aderência

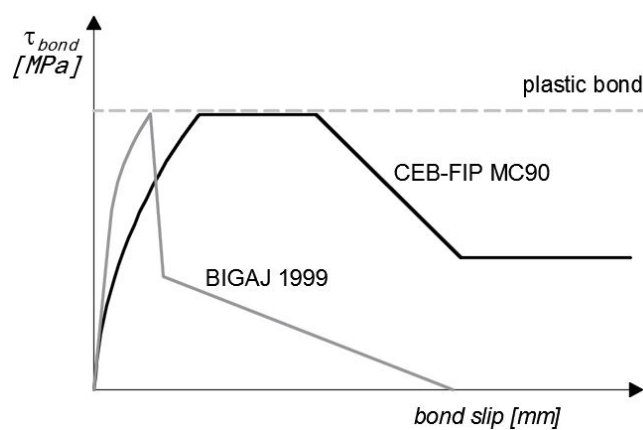


Figura 3.11 - Modelos de aderência (adaptado de [10])

O ATENA 3D [2] permite modelar a aderência varão-betão através dos seguintes modelos (Figura 3.11):

- Aderência perfeita, em que não existe escorregamento do varão
- Bigaj 1999 ou CEB-FIP MC90 (Figura 3.11)

É de referir que estas leis dependem da resistência do betão e do tipo de varão utilizado. Por outro lado, o utilizador pode definir as suas próprias leis de aderência.

3.4. Modos de resolução numéricos

Este software contempla dois métodos de resolução de problemas: Newton-Raphson (N.R) e Arc-length (A.L).

No âmbito desta dissertação, foram utilizados ambos os métodos, pelo que se apresenta em anexo, no Apêndice C, um resumo das características de ambos.

Por fim, é de salientar que nesta dissertação todos os ensaios experimentais foram controlados por força. No entanto, nas lajes simuladas numericamente foram efetuados controlo por deslocamentos. A grande diferença entre ambos é que, quando existe a abertura de uma fenda, se realizarmos um controlo por forças, a força aplicada mantém-se constante, enquanto que, ao realizarmos um controlo por deslocamentos, os deslocamentos é que se mantêm constantes (Figura 3.12).

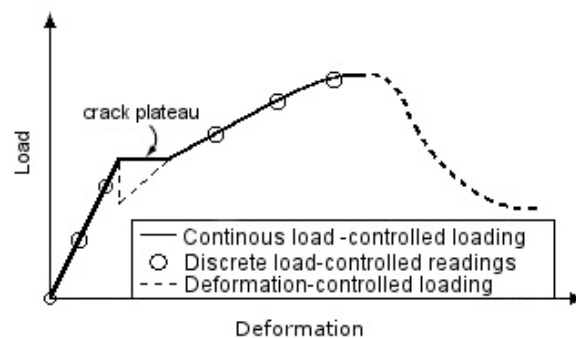


Figura 3.12 – Load control vs displacement control (adaptado de [11])

4. Modelação e estudo paramétrico de lajes hexagonais sujeitas a punçoamento centrado

Neste capítulo descreve-se a calibração de três modelos numéricos a partir de modelos experimentais com o objetivo de estudar o comportamento de lajes fungiformes sujeitas a punçoamento centrado, fazendo variar a distribuição de armaduras longitudinais. É ainda apresentado um estudo paramétrico em que se pretende comparar o comportamento das lajes quando se varia a percentagem de armadura mecânica, o tipo de distribuição das armaduras longitudinais e a resistência à compressão do betão aplicado.

4.1. Calibração do modelo numérico

4.1.1. Modelos experimentais

Para calibrar os modelos a utilizar no estudo paramétrico, foram utilizados resultados obtidos de três lajes ensaiadas por Jesus, C. ([8]) e Gouveia, N. com o objetivo de testar a sua resistência ao punçoamento centrado.

Os ensaios experimentais consistiam em aplicar um carregamento monotónico centrado, através de um macaco hidráulico, até à rotura, sendo que os bordos da laje estão presos por cordões de pré-esforço, impedindo deslocamentos verticais, mas permitindo rotações dos bordos (Figura 4.1).

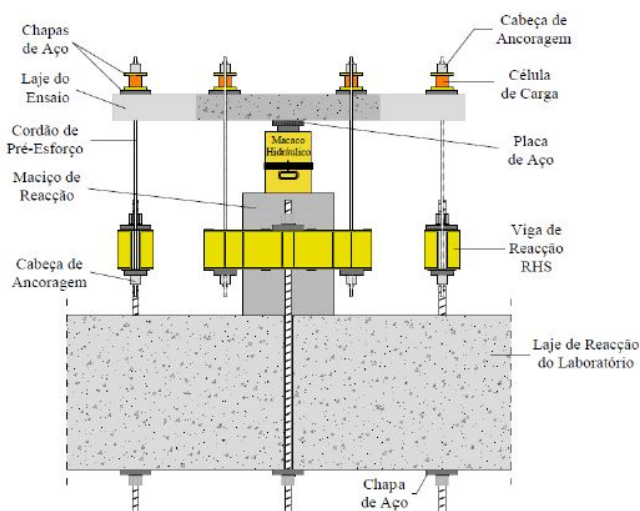


Figura 4.1- Sistema de ensaio laje hexagonal (adaptado de [8])

Informa-se que dois destes ensaios foram realizados por Jesus, C. ([8]) (modelo A e modelo B) no âmbito do estudo da influência da distribuição de armaduras longitudinais na zona de ligação pilar-laje e o outro por Gouveia, N. (Modelo C) no âmbito da sua tese de doutoramento.

a) Geometria

As lajes ensaiadas são hexagonais com 0.15 m de espessura, e a geometria encontra-se representada na Figura 4.2. Nos ensaios, foram colocadas chapas que distam 1.08 m do centro do pilar, com $0.15 \times 0.15 \times 0.02 \text{ m}^3$.

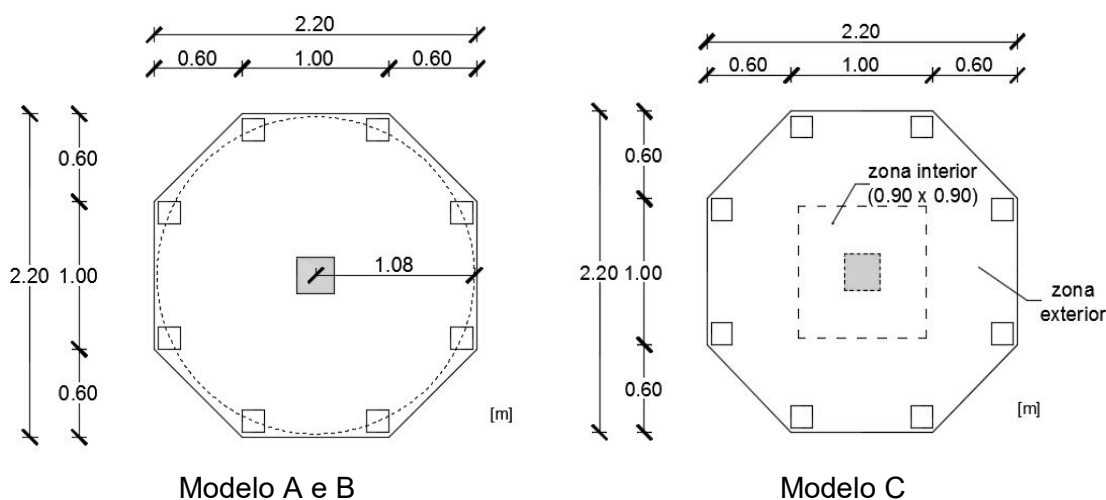


Figura 4.2 - Planta do ensaio das lajes hexagonais (adaptado de [8])

Verifica-se, no modelo ensaiado por Gouveia, N., a laje tinha dois tipos de betão com características diferentes: um tipo de betão junto ao pilar com $0.9 \times 0.9 \text{ m}$ de área (interior), e outro na área exterior (Figura 4.2)

Relativamente às armaduras longitudinais, todas as lajes têm uma armadura inferior de $\emptyset 10//10$ em ambas as direções, enquanto que as armaduras superiores variam. O modelo A e o modelo B têm uma $18\emptyset 12$, em que no modelo A os varões encontram-se com um espaçamento uniforme de 0.1265 m em ambas as direções, e no modelo B, existem 12 varões na zona central com um espaçamento de 0.082 m e 6 varões com um espaçamento de 0.20 m na zona exterior. Relativamente ao modelo C, este tem $16\emptyset 12$, em que na zona central tem 10 varões com um espaçamento de 0.10 m, enquanto que na lateral tem 6 varões com um espaçamento de 0.20 m (Figura 4.3 e Figura 4.4).

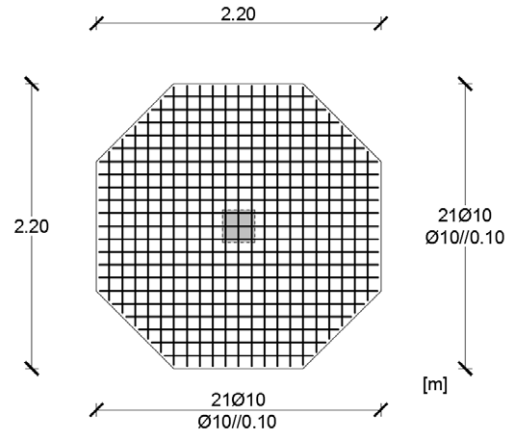


Figura 4.3- Distribuição de armaduras inferiores lajes hexagonais (adaptado de [8])

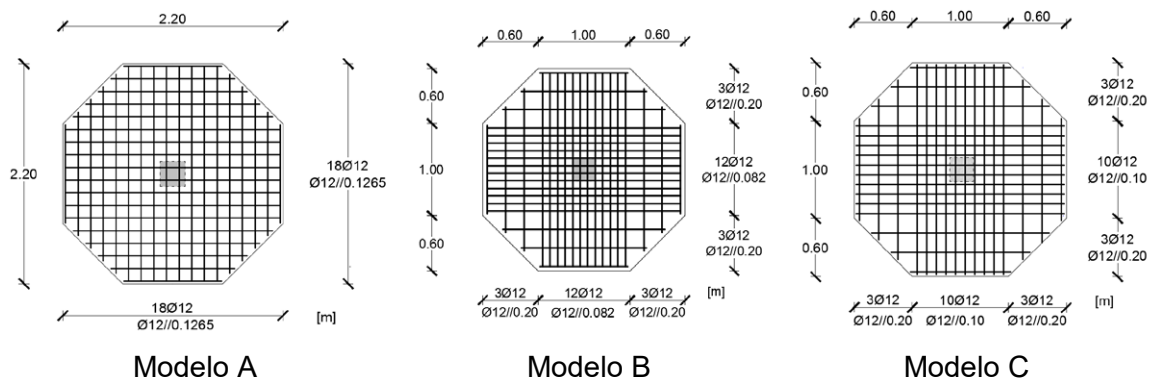


Figura 4.4 – Distribuição de armaduras superiores lajes hexagonais

b) Caracterização dos Materiais

De seguida são caracterizados os materiais utilizados na execução do modelo A, modelo B e modelo C.

b.1) Betão

Para caracterizar os betões aplicados nas lajes, foram ensaios por Jesus, C. [8] e Gouveia, N. provetes cúbicos com 150 x150 x 150 mm e provetes cilíndricos com diâmetro de 150 mm e uma altura de 300 mm.

De seguida apresentam-se os resultados obtidos na caracterização das propriedades do betão (Tabela 4.1) [8].

Tabela 4.1 – Características mecânica dos betões utilizados [8]

Modelo	f_{ccm} (MPa)	f_{cm} (MPa)	E (GPa)
A	-	61.7	44.5
B	68.8	66.5	39.4
C interior	62.2	63.4	-
C exterior	64.4	69.1	-

Em que:

- f_{ccm} - valor médio da tensão de rotura à compressão em cubos
- f_{cm} - valor médio da tensão de rotura à compressão em cilindros
- E - valor médio do módulo de elasticidade

b.2) Armaduras

Para a caracterização mecânica da armadura longitudinal utilizada no fabrico dos modelos de laje, foram realizados ensaios de tração a três provetes por cada diâmetro de varão por Jesus, C. [8] e Gouveia, N.. De seguida, na Tabela 4.2, são apresentados os resultados obtidos nestes ensaios.

Tabela 4.2 - Caracterização das armaduras longitudinais [8]

Diâmetro	Tipo	f_y (MPa)	f_u (MPa)
Ø10	NR	536	622
Ø12	NR	531	630

Em que:

- f_y - tensão de cedência
- f_u - tensão de rotura do aço à tração

c) Monitorização

Para monitorizar os deslocamentos verticais das lajes, foram utilizados defletómetros dispostos de acordo com as Figura 4.5 e Figura 4.6.

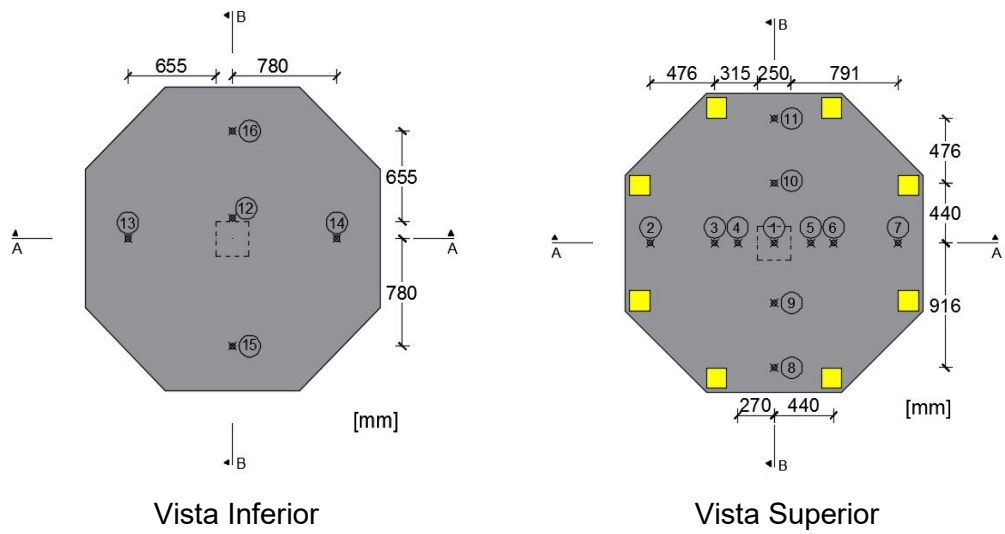
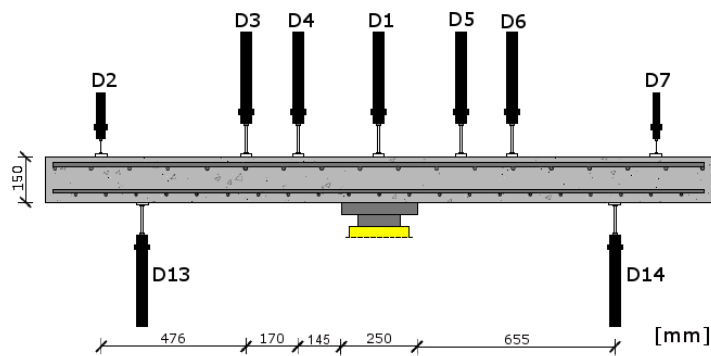
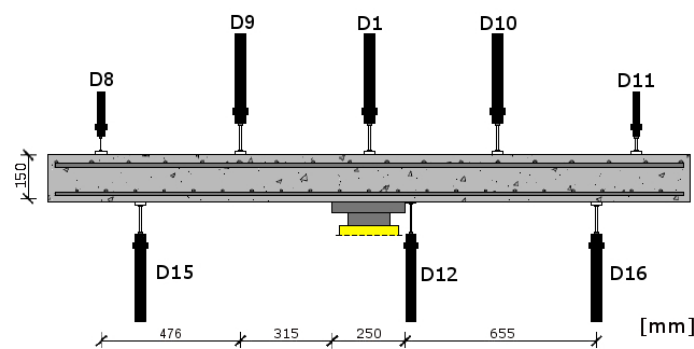


Figura 4.5 - Distribuição de defletómetros em planta (superior e inferior (adaptado de [8]))



Corte A-A



Corte B-B

Figura 4.6 - Disposição dos defletómetros em corte (adaptado de [8])

4.1.2. Modelo numérico

Para simular numericamente estes ensaios experimentais, optou-se por simular apenas $\frac{1}{4}$ da laje, tomando partido das propriedades de simetria. Para modelar o

betão e as chapas foram utilizados elementos tridimensionais, enquanto que na modelação das armaduras se utilizaram elementos de barra.

O comportamento das chapas foi simulado através de um modelo elástico linear, enquanto que o comportamento das armaduras foi modelado considerando um modelo bilinear com endurecimento, em que a tensão de cedência foi de 530 MPa e a tensão na rotura de 630 MPa. De notar que foi considerado que existe aderência perfeita na interface betão – armadura.

Para caracterizar o comportamento do betão, utilizou-se a resistência à compressão em cilindros (f_{cm}) obtido através de ensaios experimentais. Com base no f_{cm} , recorreu-se ao EC2 [4] para calcular a resistência à tração (f_{ctm}) (equação 4.1) e o módulo de elasticidade (E_{cm}) (equação 4.2). Refere-se que, para o E_{cm} , foi considerado uma redução de 10% devido ao facto de se tratarem de agregados de origem calcária

$$f_{ctm} = \begin{cases} 0.3 \times (f_{cm} - 8)^{2/3}, & f_{cm} - 8 < 50 \\ 2.12 \times \ln\left(1 + \frac{f_{cm}}{10}\right), & f_{cm} - 8 > 50 \end{cases} \quad (4.1)$$

$$E_{cm} = 22 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0.3} \quad (4.2)$$

Para estas lajes, a dimensão máxima do agregado é de 21 mm. A energia de fratura (G_f) foi calculada através de uma interpolação linear das formulações do MC90 ([13]) da G_f para agregados de 16 mm e de 32 mm (equação 4.3).

$$G_f = G_{f0} \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0.7} \text{ em que } G_{f0} = \begin{cases} 3.0 \times 10^{-5} \frac{MN}{m}, & \text{se } d_{max} = 16 \text{ mm} \\ 3.8 \times 10^{-5} \frac{MN}{m}, & \text{se } d_{max} = 32 \text{ mm} \end{cases} \quad (4.3)$$

Por fim, para o cálculo da extensão quando se atinge f_{cm} , utilizou-se a seguinte formula (equação 4.4):

$$\varepsilon_{cp} = \frac{f_{cm}}{E_{cm}} \quad (4.4)$$

De seguida apresentam-se os valores utilizados na modelação destes modelos (Tabela 4.3).

Tabela 4.3 - Parâmetros lajes hexagonais

Modelo	f_{cm} (MPa)	f_{ctm} (MPa)	E (GPa)	G_f (MN/m)	ϵ_{cp}
A	61,70	4,18	34,18	1,16E-04	1,805E-03
B	66,50	4,31	34,96	1,22E-04	1,902E-03
C interior	63,40	4,23	34,46	1,18E-04	1,840E-03
C exterior	69,10	4,38	35,36	1,26E-04	1,954E-03

Refere-se que se optou por utilizar uma relação de 0 entre o RCM e o FCM.

Na realização destes modelos numéricos, foram tidos em conta os trabalhos de Nogueira [6] (modelação de lajes fungiformes reforçadas com parafusos verticais pós-instalados) e Mamede [14] (simulação de 216 lajes fungiformes com pilar interior) no software ATENA 3D.

a) Malha de elementos finitos

Para estudar a convergência da malha, optou-se por utilizar uma malha similar à utilizada por Mamede [14] e Nogueira [6], e mediu-se os deslocamentos no centro do pilar (fibra superior do betão) após a aplicação de uma carga unitária no centro do pilar (fibra inferior da chapa).

Este processo foi repetido para varias malhas, em que se fez variar o tipo e o número de elementos, assim como o perímetro da zona mais refinada. No fim, foi feita uma relação entre o nº de elementos utilizado e o deslocamento obtido.

A malha de elementos finitos resultante deste estudo consistiu em elementos hexaédricos e *wedge* com dimensão máximo de 0.05 m na zona exterior, enquanto que na zona junto ao pilar foram utilizados elementos hexaédricos com 1/3 do tamanho dos elementos utilizados no exterior, para detalhar melhor a zona do cone de punção (Figura 4.7).

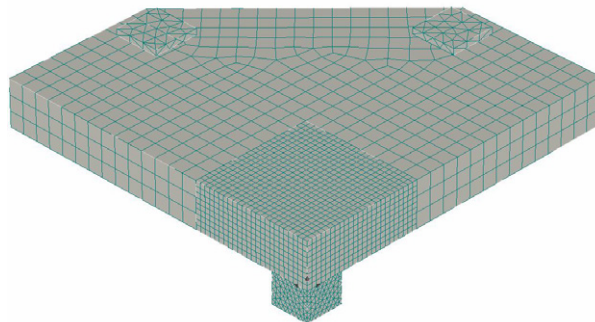


Figura 4.7 - Malha utilizada

Refere-se que, para o modelo A o tamanho da zona mais refinada foi 0.4 m (aproximadamente a largura do pilar + 2d para cada lado), enquanto que para o modelo B o tamanho da zona refinada foi 0.5 m (zona onde a armadura se encontra mais concentrada) e para o modelo C foi 0.45 m (tamanho da zona com betão diferente).

b) Sequência de aplicação do carregamento

A aplicação da carga no modelo numérico foi feita através dos seguintes passos (ver Figura 4.8):

- Aplicação do peso próprio + peso próprio do sistema de ensaio (1+2)
- Aplicação de força no pilar, simulando a pressão exercida pelo macaco hidráulico, mantendo os deslocamentos verticais nos bordos (centro das chapas) nulos (3 + 4)

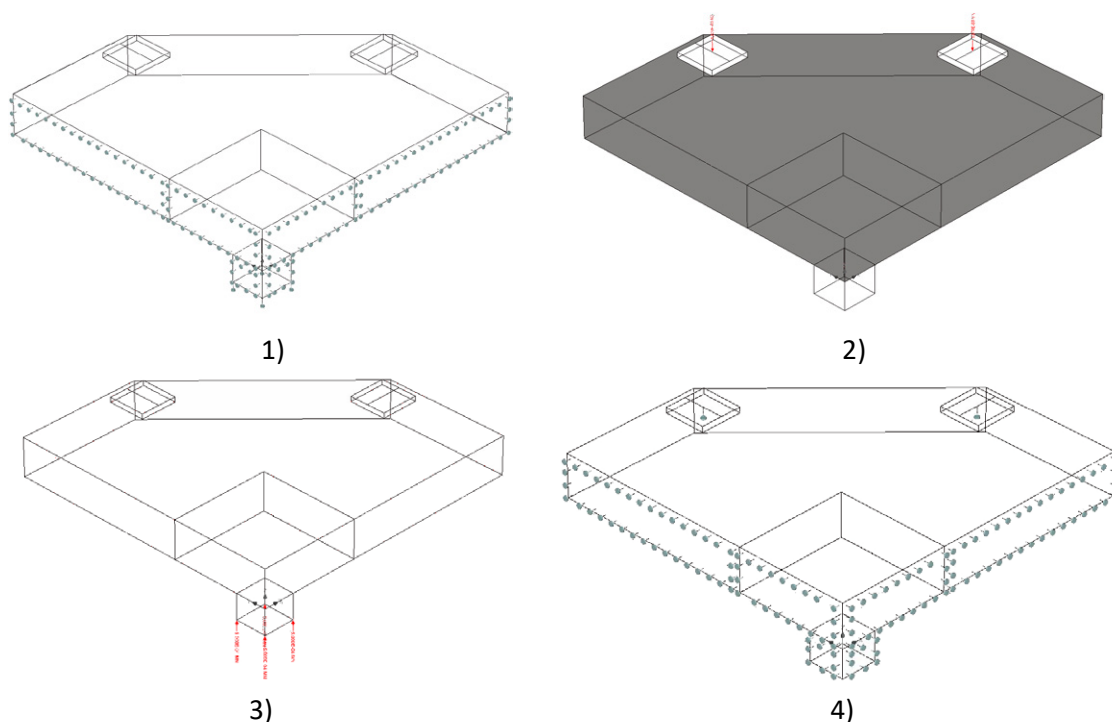


Figura 4.8 - Passos de aplicação de carga

c) Monitorização

Relativamente à instrumentação, optou-se por monitorizar os deslocamentos verticais nos pontos onde estão colocados os defletómetros, assim como as reações nos apoios (Figura 4.8).

Nesta dissertação, optou-se por não monitorizar as extensões nas armaduras, pois os resultados experimentais dos extensómetros são apenas válidos de forma qualitativa.

4.1.3. Experimental vs numérico

a) Cargas de rotura

Para a comparação das diversas cargas de rotura obtidas, optou-se por utilizar a força existente no pilar na rotura, ou seja, o somatório da carga aplicada na laje com o peso próprio da laje e do sistema de ensaio.

Em anexo, no apêndice A, encontram-se um resumo das normas aplicadas e no apêndice B encontra-se a explicação do cálculo da carga de rotura por flexão (V_{flex}) para este tipo de laje.

De seguida, apresenta-se uma comparação entre a carga de rotura obtida experimentalmente (V_{exp}) e obtida recorrendo aos elementos finitos (V_{MEF}) (Tabela 4.4), assim como utilizando as normas, nomeadamente o EC2 [4] (V_{EC2}) e o ACI318M-11 [16] (V_{ACI}) (modelos empíricos) e o MC2010 [17] (V_{MC2010}) (Tabela 4.5).

Tabela 4.4 - Comparação carga de rotura experimental com o MEF

Modelo	V_{exp} (kN)	V_{MEF} (kN)	Erro (%)
A	368.50	369,90	0,4
B	385.50	406.10	5,1
C	343.30	375.10	8,5

Ao observar a Tabela 4.4, podemos concluir que se obteve cargas de rotura superiores para os elementos finitos relativamente aos experimentais, mas apresentando erros menores que utilizando as normas (Tabela 4.5).

Tabela 4.5 - Comparação carga de rotura experimental com as normas

Modelo	V_{exp} (kN)	V_{EC2} (kN)	Erro (%)	V_{MC2010} (kN)	Erro (%)	V_{ACI} (kN)	Erro (%)
A	368.50	386.29	4.6	344.34	-7.0	449,48	18,0
B	385.50	454.15	15.1	372.62	-3.5	467,43	17.5
C	343.30	420.63	18.4	352.04	2.5	456,40	24.8

Relativamente aos resultados obtidos usando as normas, podemos observar que, usando o EC2 [4] e o ACI 318M-11 [16], se obteve cargas de rotura maiores que as experimentais, sendo que o EC2 [4] se aproxima mais da carga experimental, devido ao facto de este considerar a contribuição das armaduras superiores existentes na zona junto ao pilar.

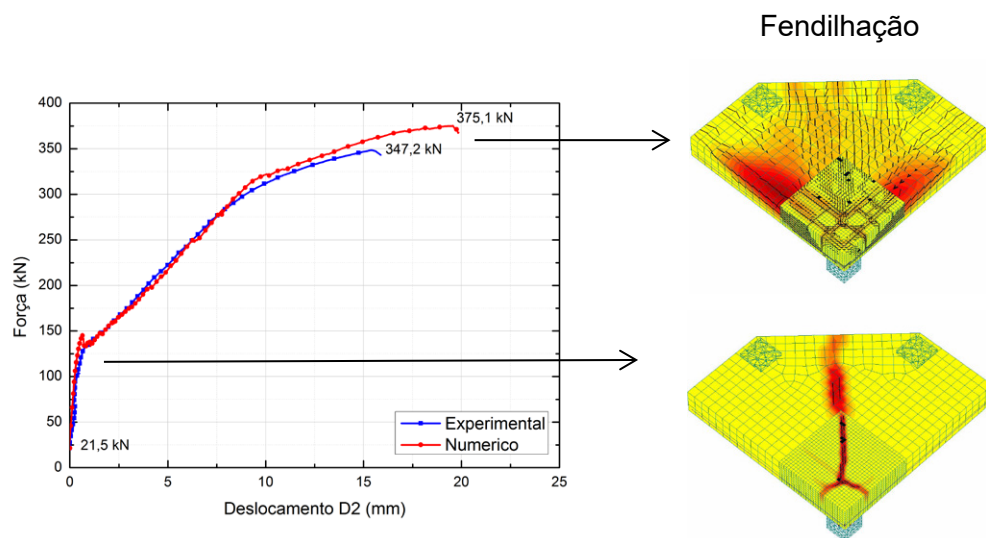
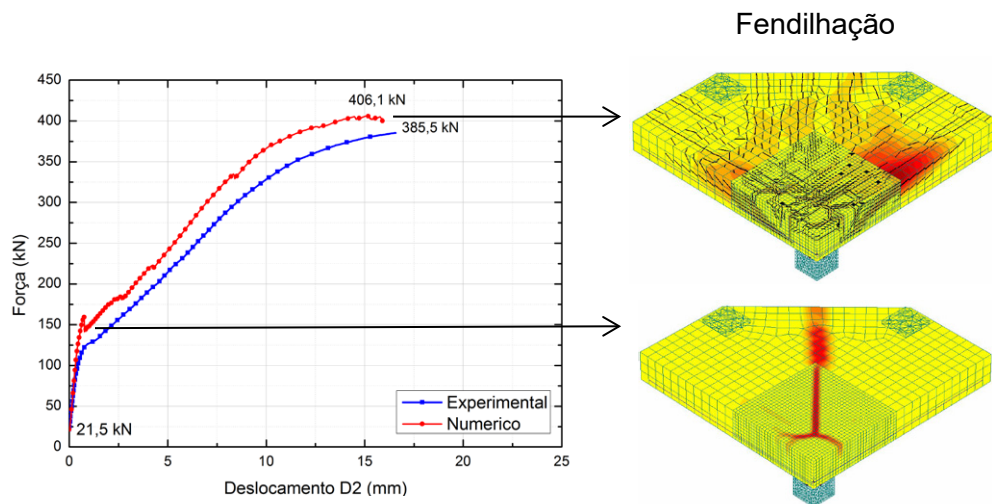
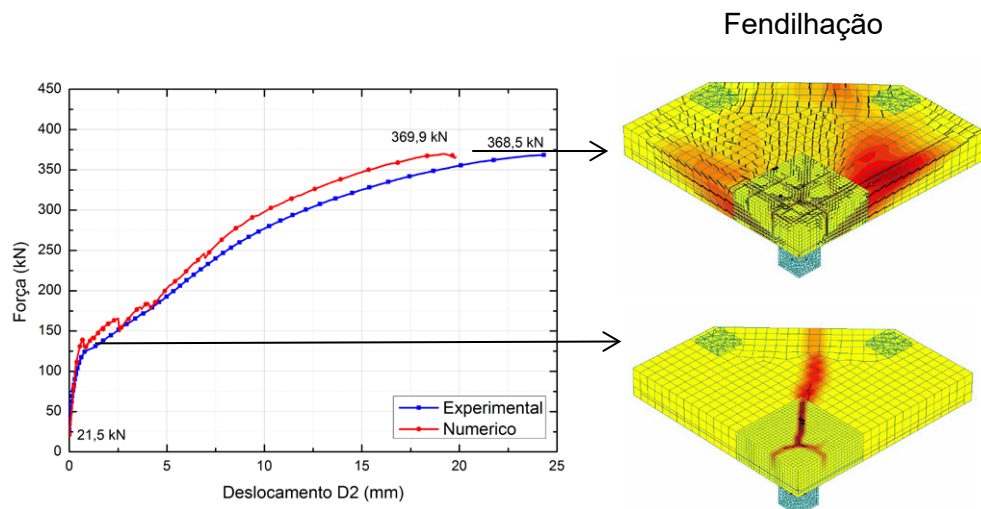
Por outro lado, usando o MC2010 [17], obtiveram-se cargas de rotura inferiores às experimentais, sendo que foi apenas utilizado uma aproximação de nível III, ou seja, que se calculou a rotação da laje sem contar com os efeitos não lineares.

No entanto, salienta-se que para estimar as cargas de rotura usando as normas foram utilizados valores médios para a caracterização dos materiais, não tendo sido utilizados coeficientes de segurança.

b) Curvas força-deslocamento

Os deslocamentos da laje experimental são obtidos através da diferença relativa entre o defletómetro D1 com a média entre os restantes defletómetros. No caso da Figura 4.9, da Figura 4.10 e da Figura 4.11, o deslocamento D2 resulta da diferença entre o defletómetro D1 e a média entre os defletómetros D2 e D7.

A força obtida corresponde à força aplicada na laje, incluindo o peso próprio da laje e do sistema de ensaio (aproximadamente 21.5 kN).



Ao observar a Figura 4.9, a Figura 4.10 e a Figura 4.11 podemos concluir que os modelos numéricos apresentam um comportamento mais rígido do que os experimentais.

Por outro lado, podemos observar que a curva força deslocamento numérica é próxima da experimental em fase elástica. Após esta fase, existe um decréscimo de força no modelo numérico. Este decréscimo deve-se ao facto de o software estar a efetuar um controlo por deslocamentos e representa a abertura de grandes fendas (Figura 4.9, Figura 4.10 e Figura 4.11). Seguidamente, em fase fendilhada, as duas curvas têm tendência a se aproximar, sendo que também existem alguns decréscimos de forças devido à abertura de grandes fendas ou à cedência das armaduras nos modelos numéricos.

Para quantificar o erro relativo entre as curvas força-deslocamento experimentais e numéricas, optou-se por comparar a diferença entre as suas áreas divididas pela área total da laje experimental, de acordo com a equação 4.5.

$$\varepsilon = \frac{\int_0^{u_{max}} |V_{exp} - V_{num}| du}{\int_0^{u_{max}} V_{exp} du} \quad (4.5)$$

Em que u_{max} corresponde ao mínimo entre o deslocamento máximo da laje experimental e da laje numérica.

Tabela 4.6 - Erros globais do modelo A, modelo B e modelo C

	Erro global (%)
Modelo A	6.5
Modelo B	11.3
Modelo C	3.1

Observando a Tabela 4.6, podemos concluir que, apesar de o modelo A ter um deslocamento último inferior ao do modelo experimental e de o modelo C ter um deslocamento último superior ao experimental, os modelos numéricos apresentam um erro relativo baixo.

Por outro lado, pode-se observar que, na zona fendilhada, existe um aumento das tensões ao nível das armaduras devido à abertura de fendas de flexão e ao efeito de

ferrolho. Na rotura, as armaduras junto ao pilar encontram-se em cedência (Figura 4.12, Figura 4.13 e Figura 4.14).

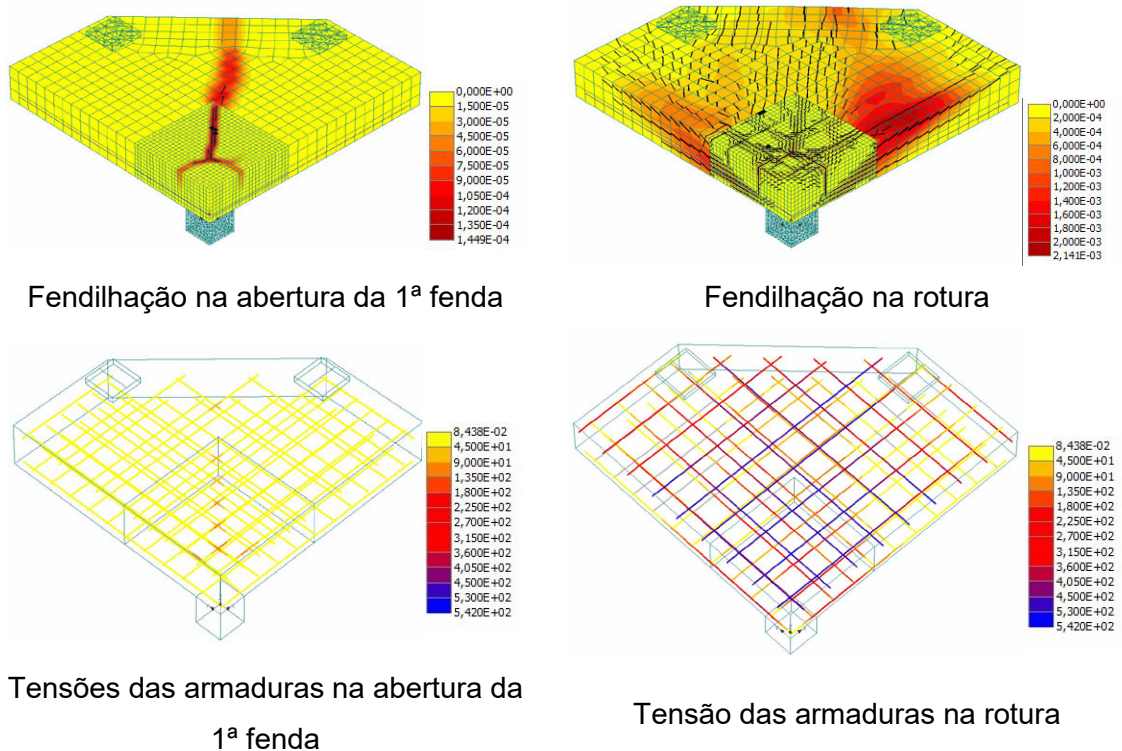


Figura 4.12 - Tensão nas armaduras para o modelo A (em MPa)

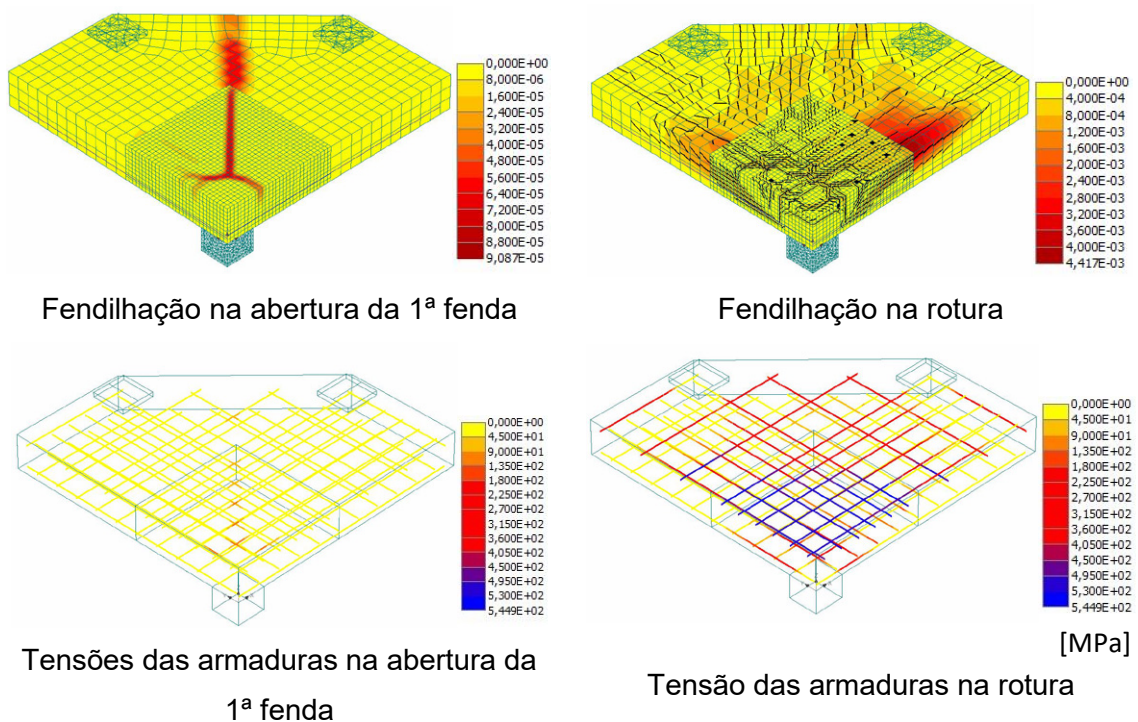


Figura 4.13 – Tensão nas armaduras para o modelo B (em MPa)

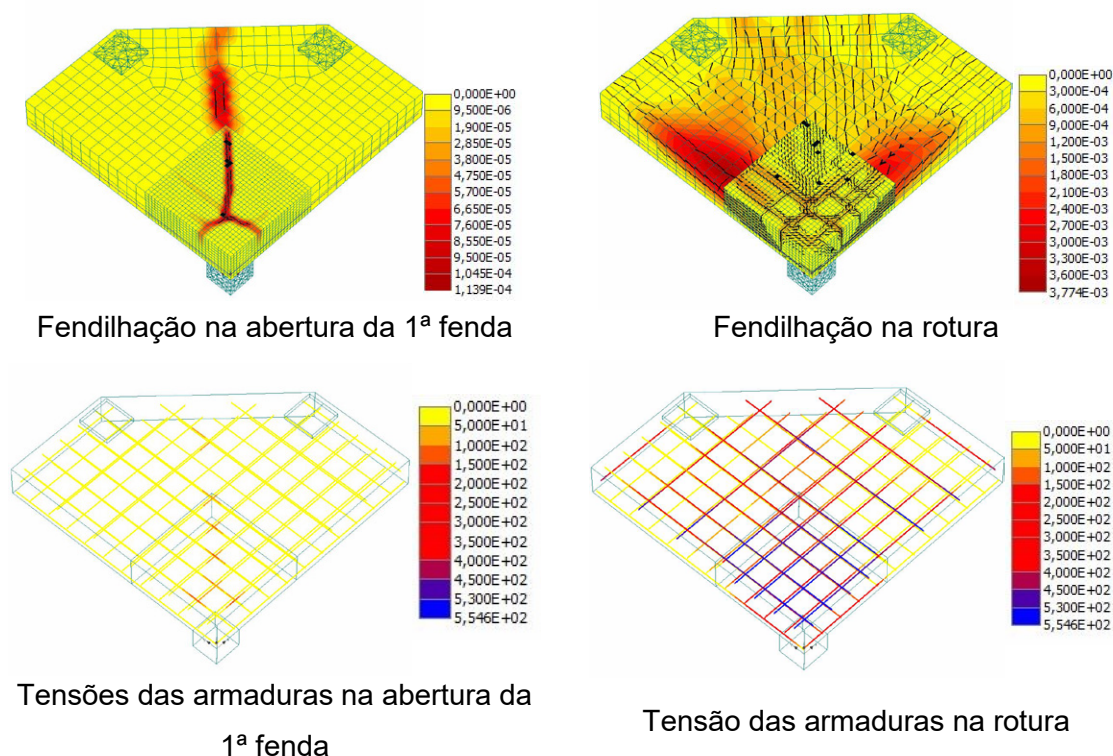


Figura 4.14 - Tensão nas armaduras para o modelo C (em MPa)

Verifica-se que os traços a preto nas figuras da fendilhação representam fendas maiores que 0,1 mm.

c) Deformada

De seguida apresentam-se as deformadas experimentais e numéricas para as lajes modeladas, em que se optou por fazer a média entre os defletómetros D2/D7, D3/D6 e D4/D5 subtraídos do deslocamento do defletómetro D1 para quatro níveis de carga (Figura 4.15).

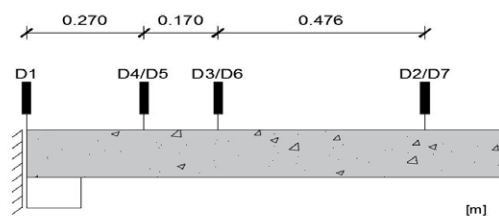


Figura 4.15 - Localização defletómetros na deformada

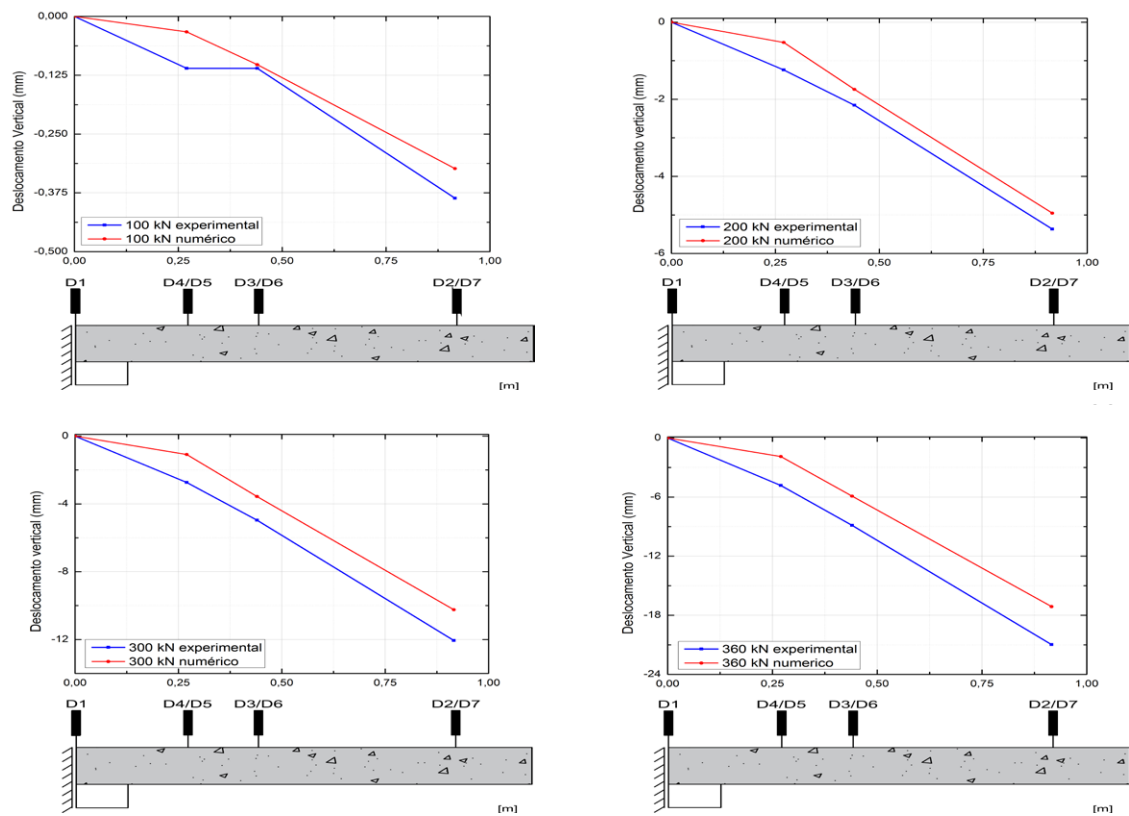


Figura 4.16 - Deformada experimental vs numérica para o modelo A para vários patamares de carga

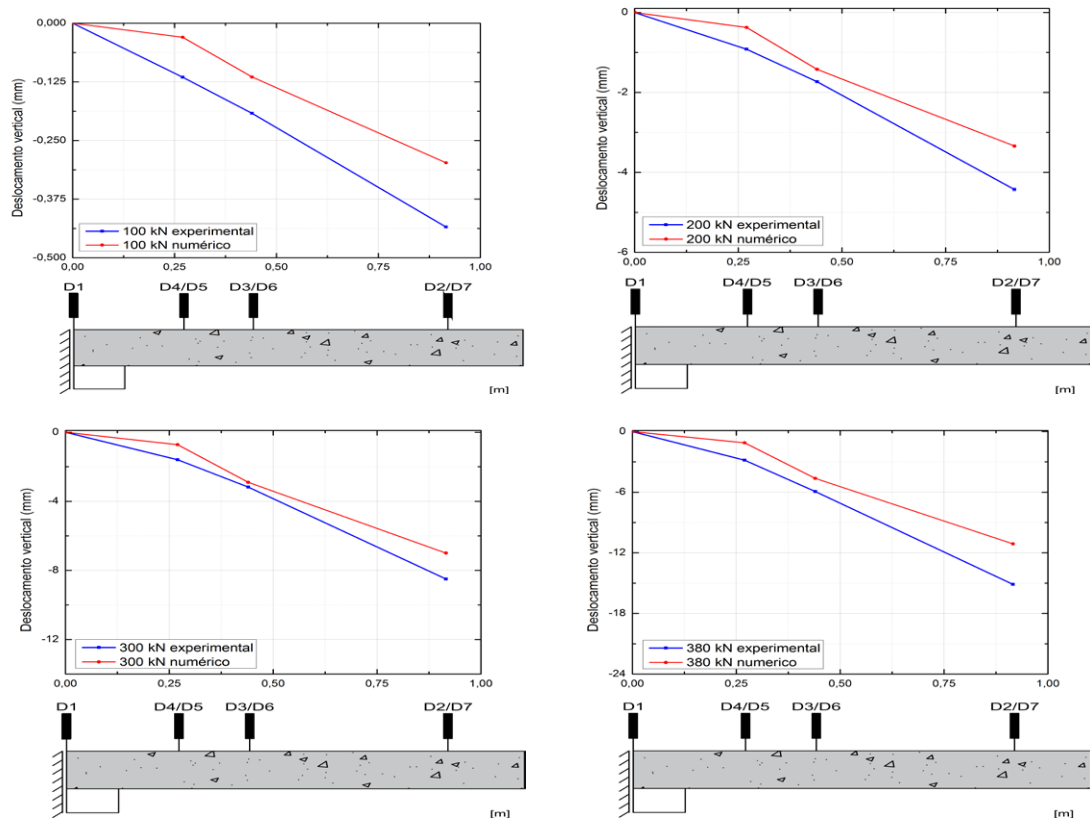


Figura 4.17 - Deformada experimental vs numérica para o modelo B para vários patamares de carga

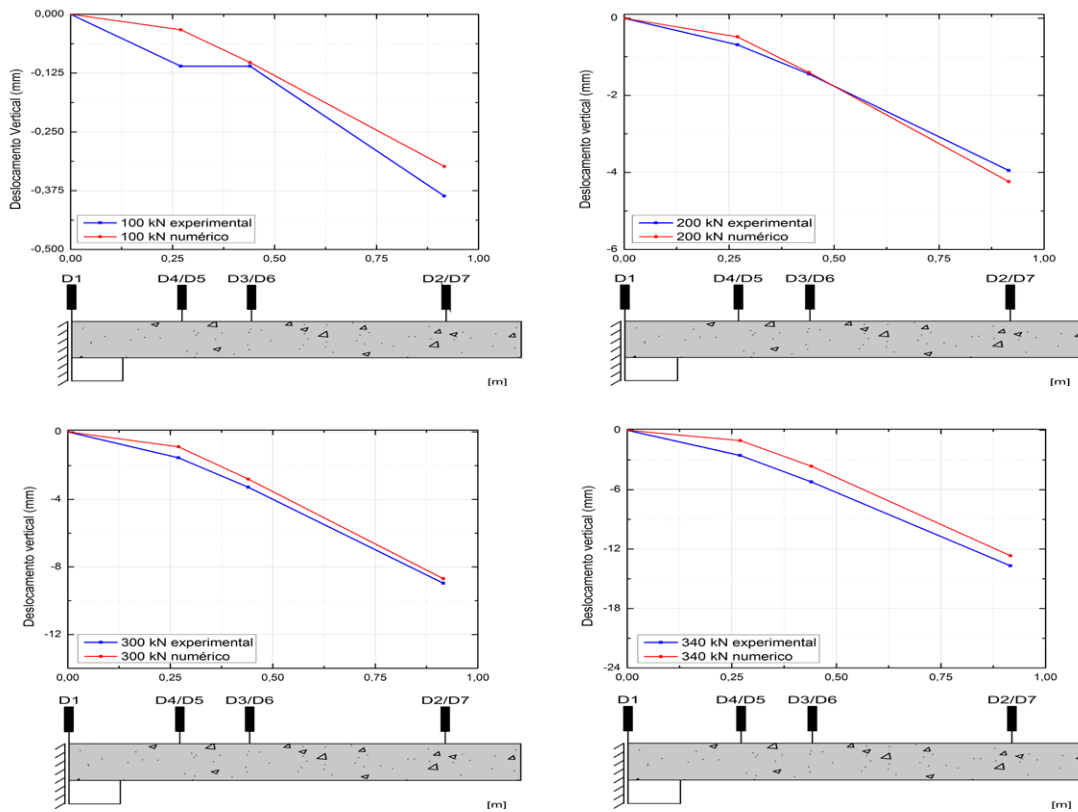


Figura 4.18 - Deformada experimental vs numérica para o modelo C para vários patamares de carga

Após observar a Figura 4.16, Figura 4.17 e Figura 4.18 podemos concluir que a laje experimental é mais deformável do que a laje numérica.

No entanto, para o modelo B, a média dos defletómetros D3/D6 está mais próximo do experimental do que a média dos restantes defletómetros. Isto deve-se ao facto de ter existido alguma instabilidade numérica nessa zona da laje numérica.

d) Tensões no betão

Para se poder ver o que acontece ao nível de tensões do betão, optou-se por utilizar o critério de Von Mises (equação 4.6), em que

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \quad (4.6)$$

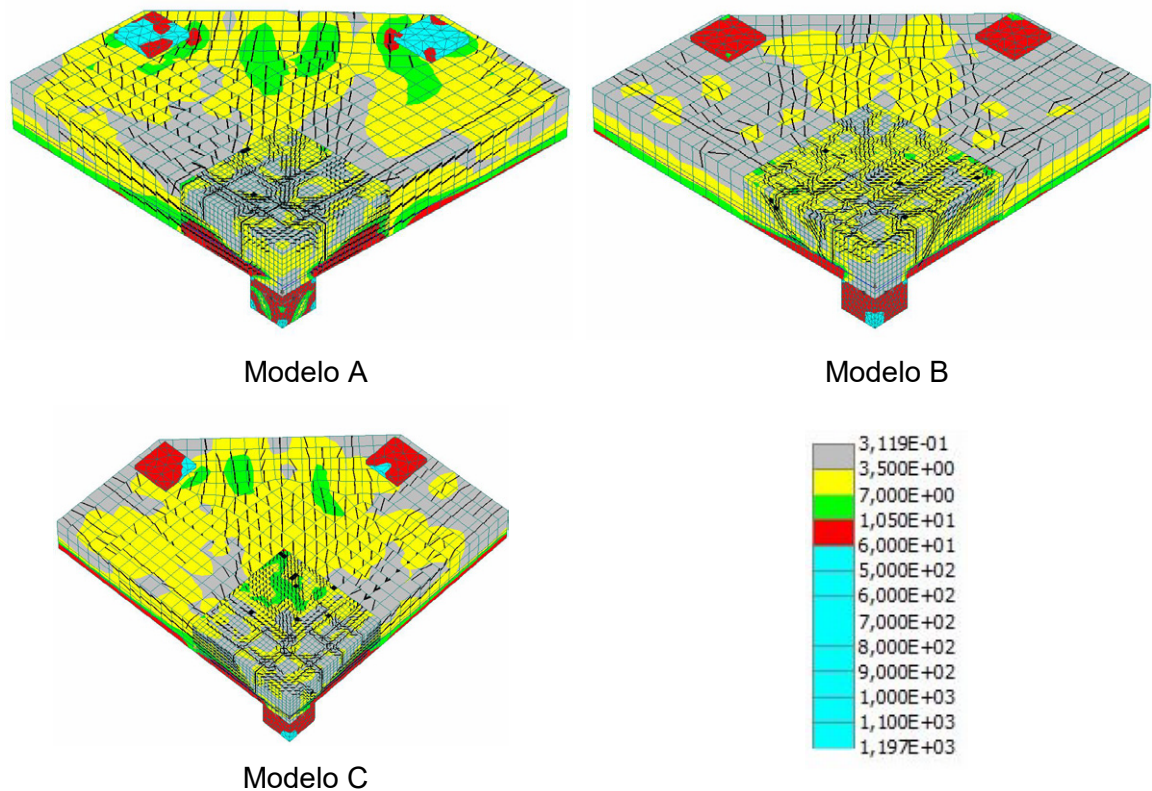


Figura 4.19 - Tensões de Von Mises nos modelos A, B e C para $P=345$ kN, em MPa

Observa-se que existe concentração de tensões na zona de ligação entre a laje e o pilar. Por outro lado, também podemos observar que para o modelo B, os esforços encontram-se mais concentrados do que no modelo A e no modelo C devido à concentração de armaduras (Figura 4.19).

4.2. Estudo paramétrico

4.2.1. Introdução

Este subcapítulo têm o objetivo de apresentar um estudo paramétrico das lajes modeladas no subcapítulo anterior, fazendo variar a resistência do betão, a percentagem de armadura geométrica e a disposição dessas armaduras, com vista a estudar a influência da concentração de armaduras junto ao pilar.

Relativamente a resistência do betão, foram escolhidos 3 tipos de betão com uma resistência média à compressão em cilindros de 20 MPa, 30 MPa e 40 MPa. De seguida apresentam-se os parâmetros utilizados para caracterizar o betão (Tabela 4.7).

Tabela 4.7 - Características do betão utilizado no estudo paramétrico

f_{cm} (MPa)	f_{ctm} (MPa)	E (GPa)	G_f (MN/m)	ϵ_{cp}
20,0	1,57	24,38	5,28E-05	8,205E-04
30,0	2,36	27,53	7,01E-05	1,090E-03
40,0	3,02	30,01	8,58E-05	1,333E-03

Refere-se que os parâmetros utilizados foram aferidos da mesma forma que as lajes retangulares ensaiadas ao punçoamento centrado simuladas no capítulo anterior.

Quanto à percentagem de armadura geométrica, foram utilizadas percentagens de armadura mecânica média de 0,5%, 1,0%, 1,5% e 2,0%. Para se conseguirem ter estas percentagens de armadura variou-se o diâmetro dos varões, mantendo as posições das armaduras em todos os modelos.

Tabela 4.8 - Diâmetro de varões utilizados no estudo paramétrico de lajes hexagonais

Armadura	ρ			
	0,5%	1,0%	1,5%	2,0%
Superior	9,6 mm	13,6 mm	16,6 mm	19,2 mm

Para o cálculo dos diâmetros dos varões fictícios, foram utilizadas as seguintes equações (equação 4.7 e 4.8)

$$A_s = \frac{\rho}{100} d \quad (4.7)$$

$$D_{\phi} = \sqrt{\frac{4A_s}{\pi \times n^{\circ} \text{ varões}}} \quad (4.8)$$

Por fim, optou-se por utilizar dois tipos de distribuições de armaduras:

- Armaduras concentradas, em que se concentra 50% das armaduras na zona central, enquanto as zonas exteriores têm 12,5% (distribuição de armaduras igual ao do modelo B);
- Armaduras distribuídas, em que a distribuição de armaduras é uniforme ao longo da laje (distribuição de armaduras igual ao do modelo A).

Devido ao elevado número de modelos, optou-se por utilizar um código para identificar os modelos. Assim, um modelo com armaduras concentradas em que $f_c=20$ MPa e 0,5% de armadura longitudinal superior, têm a denominação de C_20_0.5% enquanto que a denominação para o mesmo modelo com armaduras distribuídas é de D_20_0.5%

4.2.2. Análise de resultados

De seguida apresentam-se as curvas força-deslocamento D2 para as lajes simuladas no presente estudo paramétrico, organizadas em termos de f_c (Figura 4.20).

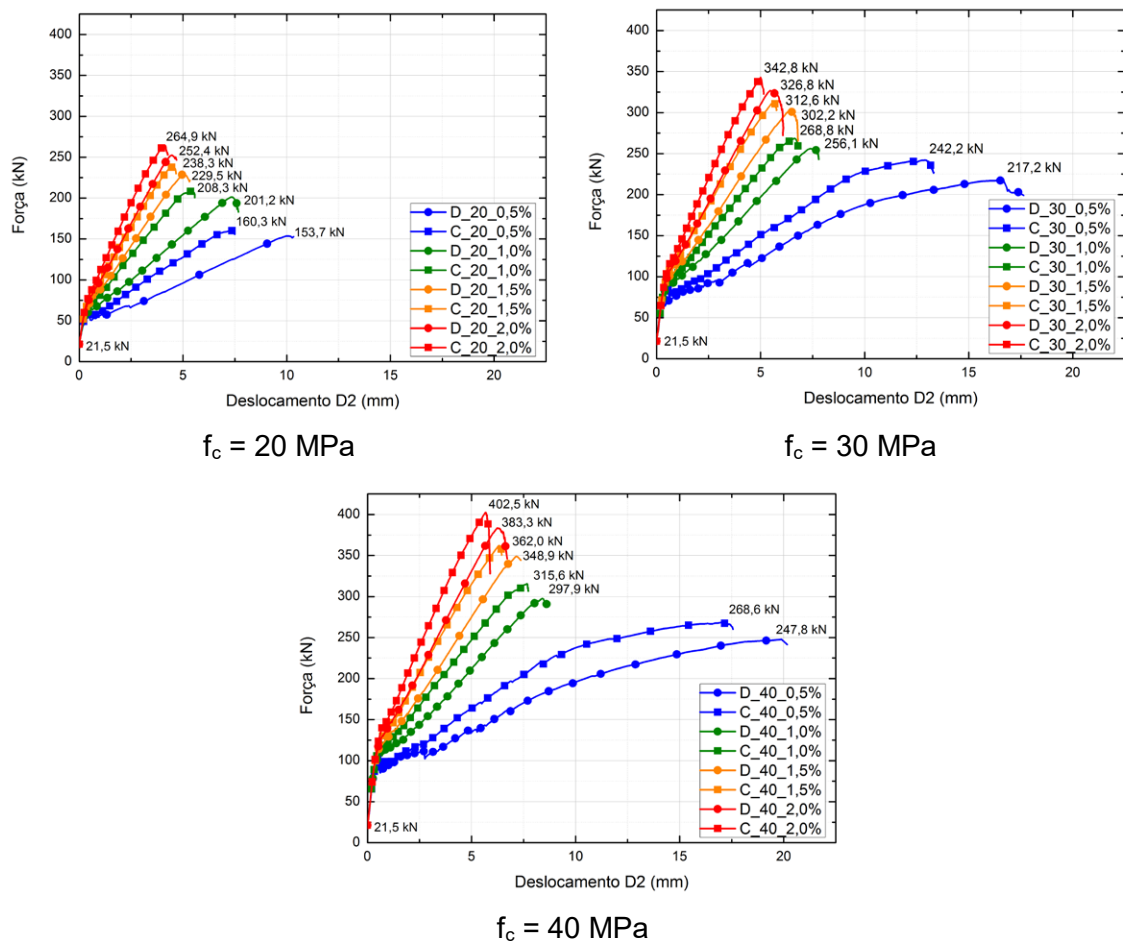


Figura 4.20 – Resultados do estudo paramétrico para $f_c=20$ MPa, $f_c=30$ MPa e $f_c=40$ MPa

A força aplicada corresponde à carga total aplicada na laje, incluindo o peso próprio da laje e do sistema de ensaio (aproximadamente 21.5 kN).

Com base na Figura 4.20, pode-se concluir que com a concentração das armaduras junto ao pilar, o comportamento da laje fica mais rígido, sendo que as lajes

aguentam mais cargas tanto em regime elástico (do início do gráfico até ao 1º pico) como na rotura.

No entanto, verifica-se que as lajes com armaduras concentradas aguentam menos deslocamento que as lajes com armaduras distribuídas (devido ao aumento da percentagem de armadura geométrica junto ao pilar) e que quanto maior for a percentagem de armadura geométrica, menor será a diferença de rigidez entre as lajes com armaduras concentradas e distribuídas.

Por outro lado, apenas as lajes 30_0.5% e 40_0.5% tinham as armaduras em cedência quanto se atingiu a carga de rotura das lajes.

Tabela 4.9 - Resultados do estudo paramétrico para lajes hexagonais em termos de força e deslocamento ultimo

	Distribuído (D)		Concentrado (C)		C/D	
	V (kN)	Deslocamento (mm)	V (kN)	Deslocamento (mm)	V	Des.
20_0,5%	153,7	10,0	160,3	7,4	1,05	0,74
20_1,0%	201,2	7,3	208,3	5,4	1,04	0,74
20_1,5%	229,5	5,0	238,3	4,5	1,04	0,90
20_2,0%	252,4	4,4	264,9	4,1	1,05	0,93
30_0,5%	217,2	16,4	242,2	12,9	1,13	0,79
30_1,0%	256,1	7,4	268,6	6,6	1,05	0,89
30_1,5%	302,2	6,4	312,6	5,6	1,04	0,88
30_2,0%	326,8	5,5	342,8	5,0	1,05	0,91
40_0,5%	247,8	19,9	268,6	17,1	1,09	0,86
40_1,0%	297,9	8,4	315,6	7,7	1,06	0,92
40_1,5%	348,9	7,1	362,0	6,3	1,04	0,89
40_2,0%	383,3	6,3	402,5	5,7	1,05	0,90

Pode-se verificar na Tabela 4.9 que os incrementos de carga devido à concentração das armaduras junto ao pilar são aproximadamente constantes (em termos percentuais), exceto para os casos onde lajes onde as armaduras se encontram em cedência quando a laje atinge a carga ultima (30_0.5% e 40_0.5%).

Relativamente à redução dos deslocamentos últimos, verifica-se que também são aproximadamente constantes (em termos percentuais) excepto para os casos onde as

armaduras se encontram em cedência na rotura e para as lajes 20_0.5% e 20_1.0%, onde existe reduções de deslocamentos últimos maiores devido à fraca resistência do betão.

Por fim, também foi possível verificar que, ao aumentar o f_c das lajes, houve um aumento na resistência ao punção e nos deslocamentos últimos (Figura 4.21 e Figura 4.22).

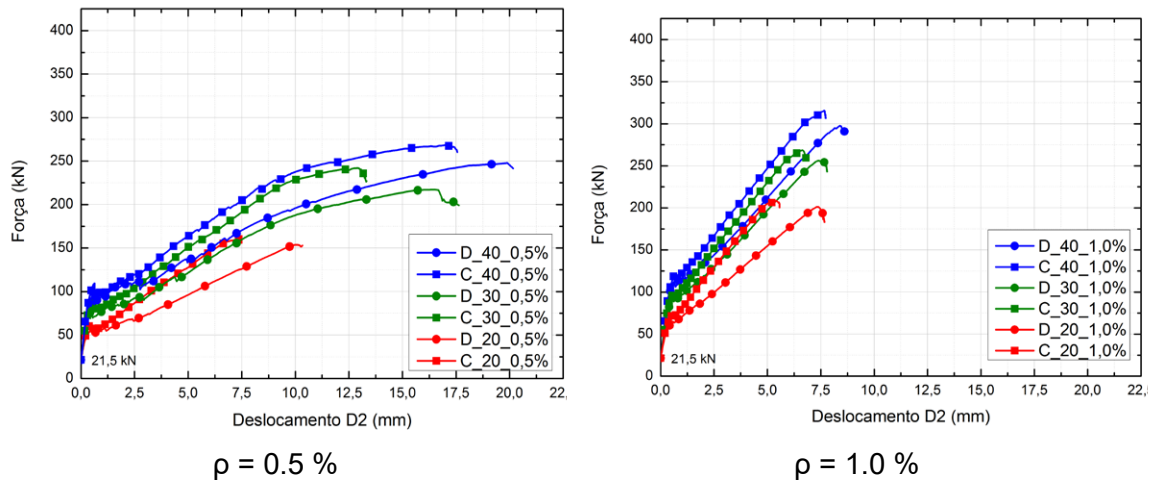


Figura 4.21 - Resultados do estudo paramétrico para $\rho = 0.5 \%$ e $\rho = 1.0 \%$

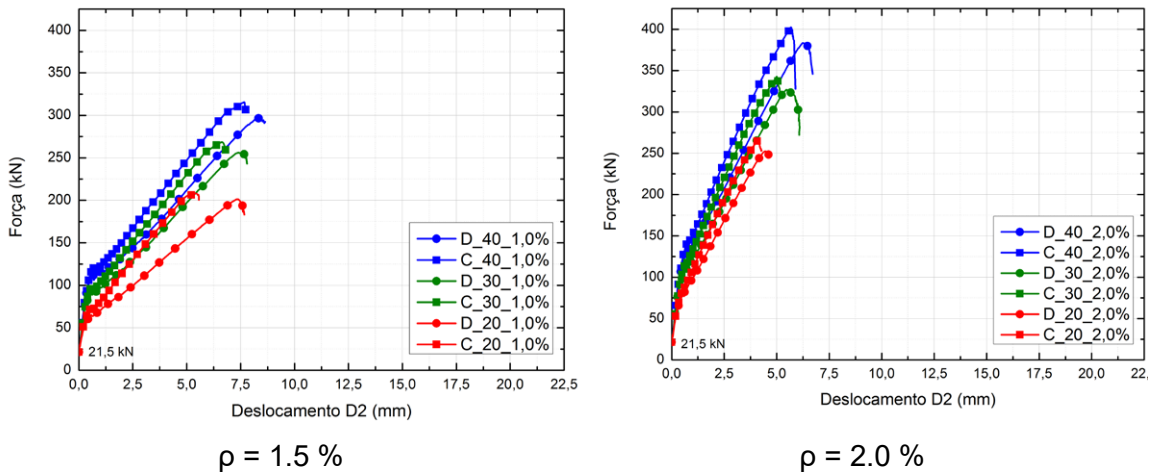


Figura 4.22- Resultados do estudo paramétrico para $\rho = 1.5 \%$ e $\rho = 2.0 \%$

5. Modelação de lajes retangulares com possibilidade de redistribuição de momentos

Neste capítulo pretende-se modelar numericamente ensaios experimentais de lajes retangulares de $4.15 \times 1.85 \text{ m}^2$ que simula a parcela de laje entre dois meios-vãos.

Estas lajes foram ensaiadas num sistema de ensaio que permite aplicar simultaneamente ações verticais e horizontais. Este sistema permite ainda a existência de momentos positivos a meio-vão (bordos do modelo) e a possibilidade de redistribuição de momentos entre o apoio e o meio-vão.

5.1. Sistema de ensaio

O sistema de ensaio utilizado foi desenvolvido por Almeida et al. [9], e tem o objetivo de simular a área de laje junto ao pilar numa direção entre dois meios-vão de laje de um edifício real.

Este sistema de ensaio é composto por:

- Subsistema que permite garantir um deslocamento vertical igual em ambos os bordos assim como esforço transverso simétrico em ambos os bordos (Figura 5.1, Figura 5.2 e Figura 5.3 à esquerda) (perfis azuis).
- Subsistema que garante rotações e momento igual em ambos os bordos impostos por um macaco hidráulico e pela rigidez do sistema escora + macaco hidráulico (Figura 5.1, Figura 5.2 e Figura 5.3 à direita) (perfis verdes).

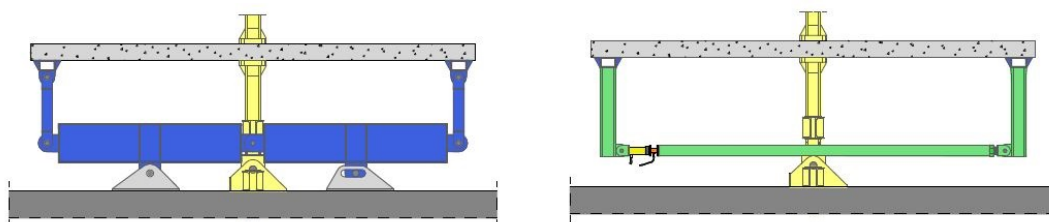


Figura 5.1 - Sistema de ensaio em posição indeformada (adaptado de [9])

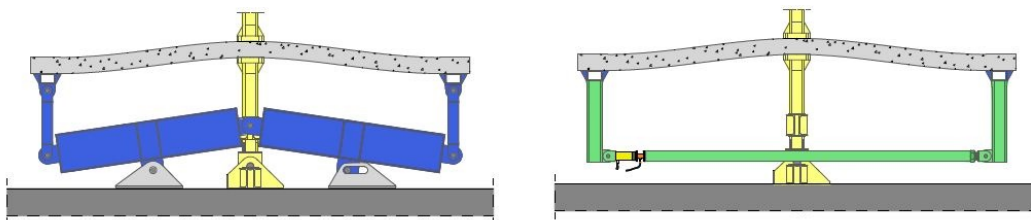


Figura 5.2 - Sistema de ensaio com deformação devido às cargas gravíticas (adaptado de [9])

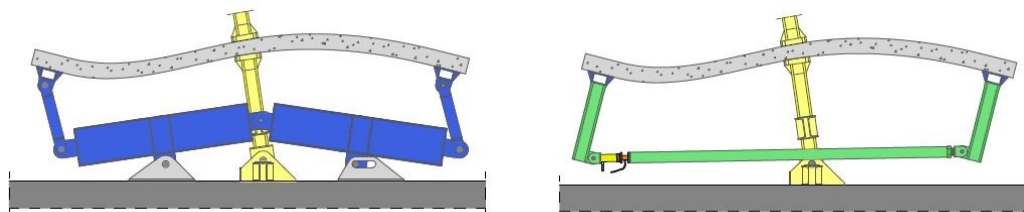


Figura 5.3 - Sistema de ensaio com deformação devido às cargas horizontais (adaptado de [9])

De notar que, ao aplicar momento positivo ao longo do ensaio experimental, é possível alterar a posição da linha de momentos nulos da laje.

5.1.1. Fases do ensaio

Para se realizar um ensaio excêntrico, é necessário efetuar as seguintes fases:

Fase 1:

- Levantamento da laje e colocação do mesmo de modo a liga-lo aos perfis azuis e verdes.
- Colocação de 20 parafusos M12 pré-esforçados (com aproximadamente 60 kN) por extremidade para garantir a ligação.

Nesta fase, as forças atuantes na laje são o pré-esforço aplicado nos bordos (nos parafusos), o peso próprio da laje e do sistema de ensaio (perfis azuis + perfis verdes). Estas forças são equilibradas por uma grua móvel. Caso haja macaco, é aplicada força nas escoras para, quando a laje se encontrar apoiada no pilar, anular a rotação dos bordos devido ao peso próprio da laje.

Fase 2:

- Ligação da laje ao pilar através de 4 parafusos M24, pré-esforçados com aproximadamente 240 kN por parafuso.

As forças atuantes nesta fase são iguais às da fase 1, com a diferença que a laje passa a estar apoiada no pilar, em vez da grua móvel.

Fase 3:

- Montagem dos perfis amarelos, para aplicar a carga gravítica, assim como a respetiva instrumentação (células de carga).
- Montagem dos perfis que servem de suporte aos defletómetros e dos respetivos defletómetros.

De salientar que as condições de apoio são iguais às da fase 2, e que em termos de forças existe o peso próprio da laje mais o peso próprio do sistema de ensaio completo.

Fase 4:

- Aplicação da carga gravítica, através de 4 macacos hidráulicos.

A carga gravítica é aplicada num sistema autoequilibrado por quatro macacos hidráulicos (Figura 5.4).

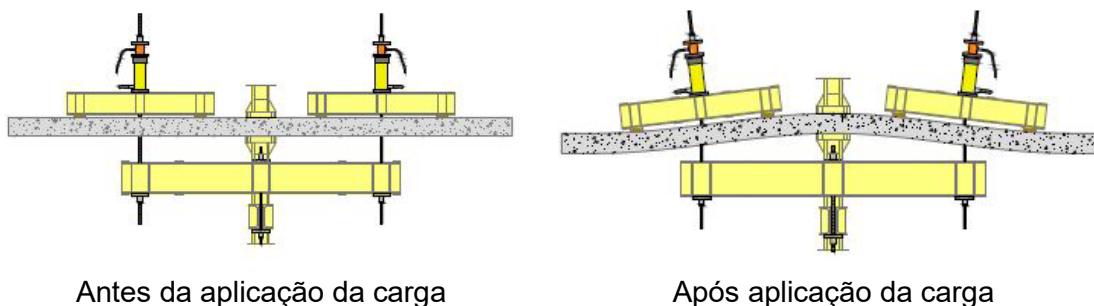


Figura 5.4 - Sistema de aplicação da carga gravítica (adaptado de [12])

Em simultâneo com a aplicação da carga gravítica, é aumentada a força na escora com vista a manter a rotação dos bordos igual a zero.

Fase 5:

- Aplicação de carga horizontal no pilar, através de um atuador mecânico (Figura 5.5).

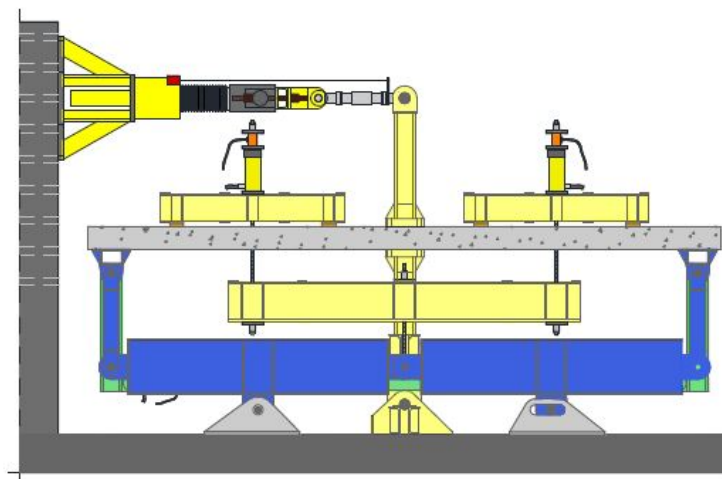


Figura 5.5 - Sistema de ensaio em alçado (adaptado de [9])

Num ensaio excêntrico, é imposto um deslocamento horizontal no pilar apenas numa direção, enquanto que num ensaio cíclico este deslocamento é imposto em ambas as direções, de forma cíclica. Por outro lado, ao aplicar deslocamento horizontal, é dada mais força às escoras com vista a manter a rotação dos bordos iguais.

5.1.2. Características dos modelos

a) Geometria

Este sistema de ensaio foi concebido para ensaiar lajes com $4.15 \times 1.85 \times 0.15 \text{ m}^3$. Estas lajes são apoiadas num pilar com $0.25 \times 0.25 \text{ m}^2$ de área e os perfis amarelos apoiados em 8 chapas de $0.2 \times 0.2 \times 0.02 \text{ m}^3$. Os parafusos usados nos bordos têm um espaçamento de 0.2 m , enquanto que os parafusos que ligam o pilar à laje estão espaçados de 0.19 m (Figura 5.6).

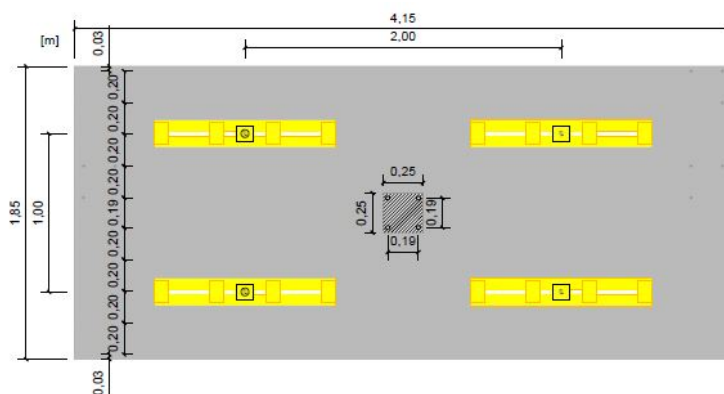
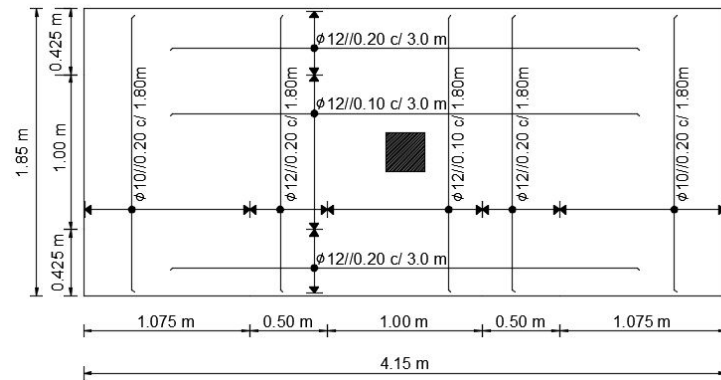


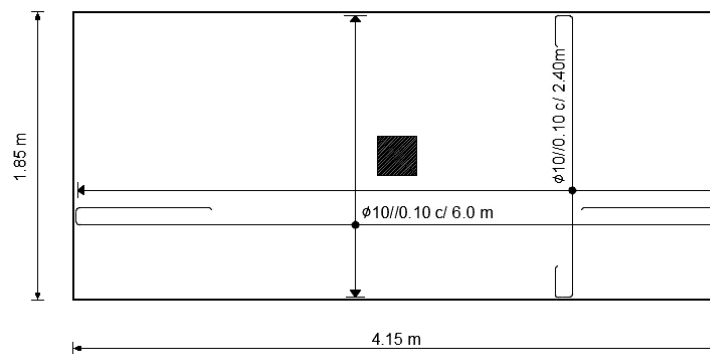
Figura 5.6 - Geometria sistema de ensaio (adaptado de [12])

a.1) Lajes sujeitas ao punçoamento centrado

As lajes sujeitas ao punçoamento centrado foram ensaiadas experimentalmente por Antunes, G. [12]. As armaduras têm uma altura útil média de 0.118 m e encontram-se dispostas nas Figura 5.7 (laje de referência) e Figura 5.8 (laje tipo 2).

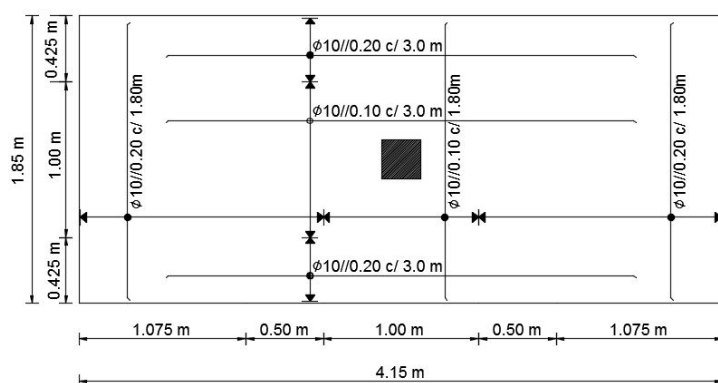


Armadura Superior

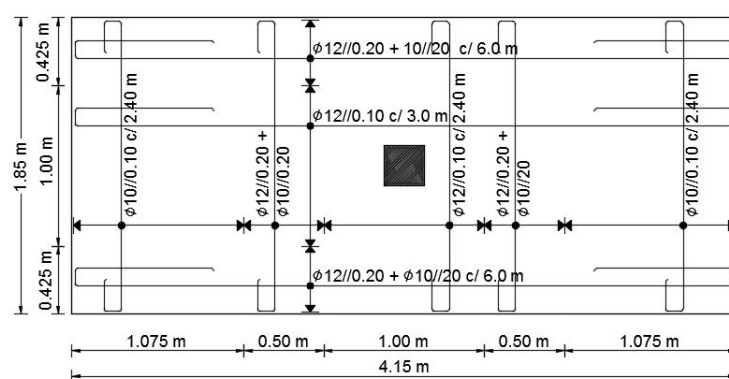


Armadura inferior

Figura 5.7 - Disposição de armaduras laje de referência (adaptado de [12])



Armadura superior



Armadura inferior

Figura 5.8 - Disposição de armaduras laje tipo 2 (adaptado de [12])

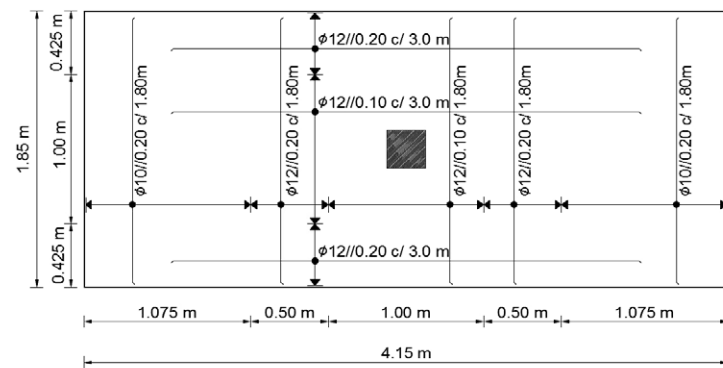
Estas lajes possuem 2 cm de recobrimento para as armaduras superiores e inferiores e têm a particularidade de disporem a mesma percentagem de armadura total (armadura superior + armadura inferior) (Tabela 5.1).

Tabela 5.1 - Percentagem de armaduras (%) para as lajes de referência e tipo 2

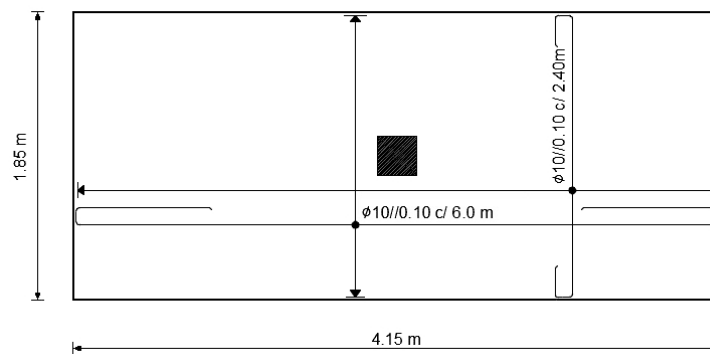
	superior		inferior	
	exterior	interior	exterior	interior
laje referência	0,45	0,96	0,67	
laje tipo 2	0,31	0,67	0,76	0,96

a.2) Laje sujeita a punçoamento excêntrico

A laje E-50, ensaiada experimentalmente por Almeida et al. [9], tem um recobrimento de 2 cm. As armaduras da laje E-50 têm uma altura útil de 0,118 m, encontrando-se dispostas na Figura 5.9.



Armadura superior



Armadura inferior

Figura 5.9 - Disposição de armaduras para a laje E-50

b) Caracterização dos Materiais

De seguida são caracterizados os materiais utilizados na execução da laje de referência, laje tipo 2 e laje E-50.

b.1) Betão

Para caracterizar o betão, foram ensaios provetes por Antunes G. [11] e Almeida et al [9] cúbicos com 150 x 150 x 150 mm³ e provetes cilíndricos com diâmetro de 150 mm e uma altura de 300 mm.

De seguida apresentam-se os resultados obtidos na caracterização das propriedades do betão (Tabela 5.2).

Tabela 5.2 - Características do betão usado (adaptado de [11])

Laje	f_{cm} (MPa)	f_{cm} (MPa)	E (GPa)
Referência	50.6	49.2	39.9
Tipo 2	52.4	49.5	40.0
E-50	56.7	55.1	-

Em que:

- f_{ccm} - Valor médio da tensão de rotura à compressão em cubos
- f_{cm} - Valor médio da tensão de rotura à compressão em cilindros
- E - Valor médio do módulo de elasticidade

b.2) Armaduras

Para a caracterização mecânica da armadura longitudinal utilizada no fabrico dos modelos de laje, foram realizados ensaios de tração a três provetes por cada diâmetro de varão por Antunes G. [11] e Almeida et al [9].

De seguida, na Tabela 5.3, são apresentados os resultados obtidos nestes ensaios.

Tabela 5.3 - Tensões de cedência e rotura das armaduras

Diâmetro	Tipo	f_y (MPa)	f_u (MPa)
Ø10	NR	535	633
Ø12	NR	526	647

Em que:

- f_y - tensão de cedência
- f_u - Tensão de rotura do aço à tração

c) Monitorização

Na execução dos ensaios, foram utilizados defletómetros para medir os deslocamentos verticais da laje (Figura 5.10), assim como inclinómetros para medir a inclinação dos bordos, extensómetros para medir as extensões nas armaduras e

células de carga para medir a força aplicada nas escoras e na laje (verticais e horizontais).

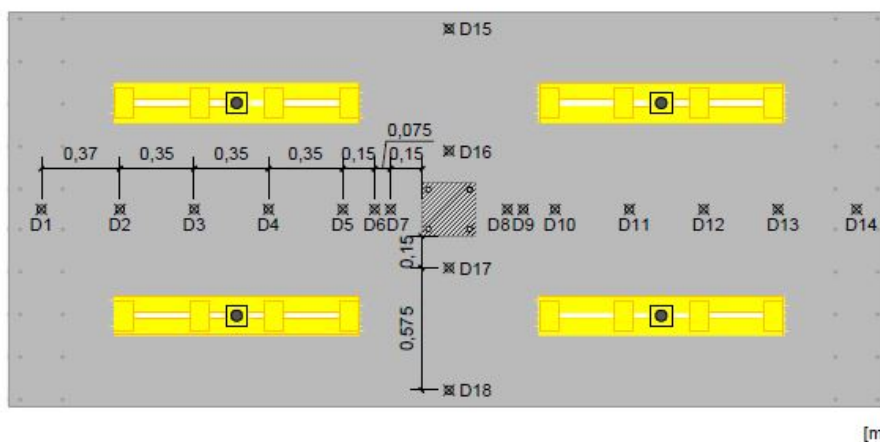


Figura 5.10 - Posição dos defletómetros verticais (adaptado de [12])

No caso da laje ensaiada ao punçoamento excêntrico, foi ainda medido o deslocamento horizontal no topo do pilar.

5.2. Punçoamento centrado

5.2.1. Introdução

Para estudar a influência da redistribuição de esforços na resistência ao punçoamento centrado, Antunes, G. [12] ensaiou duas lajes com dois tipos de distribuição de armaduras (Laje de referência e Laje Tipo 2).

Para estes ensaios foram aplicadas as primeiras 4 fases do sistema de ensaio. Assim, o sistema de ensaio tinha o objetivo de garantir as seguintes condições de fronteira:

- Momentos positivos diferente de zero nos bordos, com rotação nula nos bordos;
- Esforço transversal nulo nos bordos;
- Deslocamentos verticais nos bordos opostos iguais;

5.2.2. Modelo numérico

Para simular o ensaio, optou-se por modelar apenas ¼ da laje devido às condições de simetria. O betão foi simulado recorrendo a elementos tridimensionais, enquanto que as armaduras foram simuladas através de elementos de barras. Os parafusos pré-esforçados foram modelados como cabos em que foram aplicadas forças a simular o pré-esforço.

Relativamente aos modelos utilizados para simular o comportamento das armaduras, foi considerado um modelo bilinear com endurecimento, em que existe aderência perfeita na interface betão – armadura. Quanto aos parafusos, foram considerados modelos elásticos lineares.

Para caracterizar o comportamento do betão, utilizou-se a resistência à compressão em cilindros (f_{cm}) obtido através de ensaios experimentais. Com base no f_{cm} , recorreu-se ao EC2 [4] para calcular a resistência à tração (f_{ctm}) (equação 5.1) e o módulo de elasticidade (E_{cm}) (equação 5.2). Refere-se que, para o E_{cm} , foi considerado uma redução de 10% devido ao facto de se tratarem de agregados de origem calcária

$$f_{ctm} = \begin{cases} 0.3 \times (f_{cm} - 8)^{2/3}, & f_{cm} - 8 < 50 \\ 2.12 \times \ln\left(1 + \frac{f_{cm}}{10}\right), & f_{cm} - 8 > 50 \end{cases} \quad (5.1)$$

$$E_{cm} = 22 \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0.3} \quad (5.2)$$

Relativamente às lajes retangulares, optou-se por utilizar a dimensão máxima de agregado de 12 mm. Por conseguinte, utilizou-se a formulação da energia de fratura do MC90 para agregados de 16 mm (equação 5.3).

$$G_f = G_{f0} \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0.7} \text{ em que } G_{f0} = 3.0 \times 10^{-5} \frac{MN}{m}, \text{ se } d_{max} = 16 \text{ mm} \quad (5.3)$$

Por fim, para o cálculo da extensão quando se atinge f_{cm} , utilizou-se a seguinte formula (equação 5.4):

$$\varepsilon_{cp} = \frac{f_{cm}}{E_{cm}} \quad (5.4)$$

De seguida, na Tabela 5.4, apresentam-se os valores utilizados na calibração das lajes retangulares.

Tabela 5.4 - Parâmetros do betão para lajes retangulares

Laje	f_{cm} (MPa)	f_{ctm} (MPa)	E (GPa)	G_f (MN/m)	ε_{cp}
Referência	49,20	3,58	31,93	9,15E-05	1,541E-03
Tipo 2	49,50	3,60	31,99	9,19E-05	1,547E-03

Informa-se que se optou por utilizar uma relação de 0.5 entre o RCM e o FCM, assim como 0.4 para a máxima redução para extensões transversais muito elevadas ($c=0,4$).

Na realização destes modelos numéricos, foram tidos em conta os trabalhos de Nogueira [6] e Mamede [14].

a) Malha utilizada

Para estudar a convergência da malha, optou-se por utilizar uma malha similar à utilizada por Mamede [14] e Nogueira [6], e mediu-se os deslocamentos nas chapas (fibra superior do betão) após a aplicação de uma carga unitária nas mesmas (fibra superior das chapas).

Este processo foi repetido para varias malhas, em que se fez variar o número de elementos, assim como o perímetro da zona mais refinada. No fim, foi feito uma relação entre o nº de elementos utilizado e o deslocamento obtido.

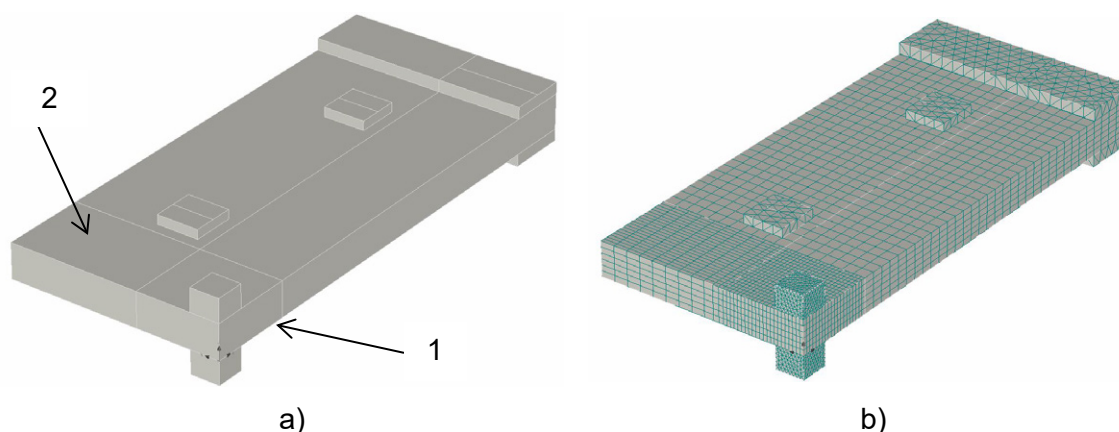


Figura 5.11 – Vista dos macro elementos (a) e da malha utilizada (b)

A malha resultante deste estudo tem elementos com uma dimensão máxima de 0.05 m, em que na zona junto ao pilar ($0.125 \text{ m} + 2d$) se optou por colocar uma malha com um terço deste tamanho.

Devido ao facto de as fendas de flexão serem importantes na zona junto ao pilar, optou-se por forçar a compatibilidade da malha na fronteira entre o macro elemento 1 e 2 (Figura 5.11).

b) Sequência de ensaio

Este ensaio foi simulado em 4 passos (ver Figura 5.12 e Figura 5.13):

- Aplicação do peso próprio da laje, em que a laje estava apenas apoiada no pilar (1+3)
- Aplicação do pré-esforço nas chapas (240 kN por parafuso no pilar e 60 kN por parafuso nos bordos) (1+5)
- Aplicação de pré-carga na escora, para endireitar os bordos (1+4)
- Aplicação da carga vertical, juntamente com a carga aplicada na escora (1+2+4)

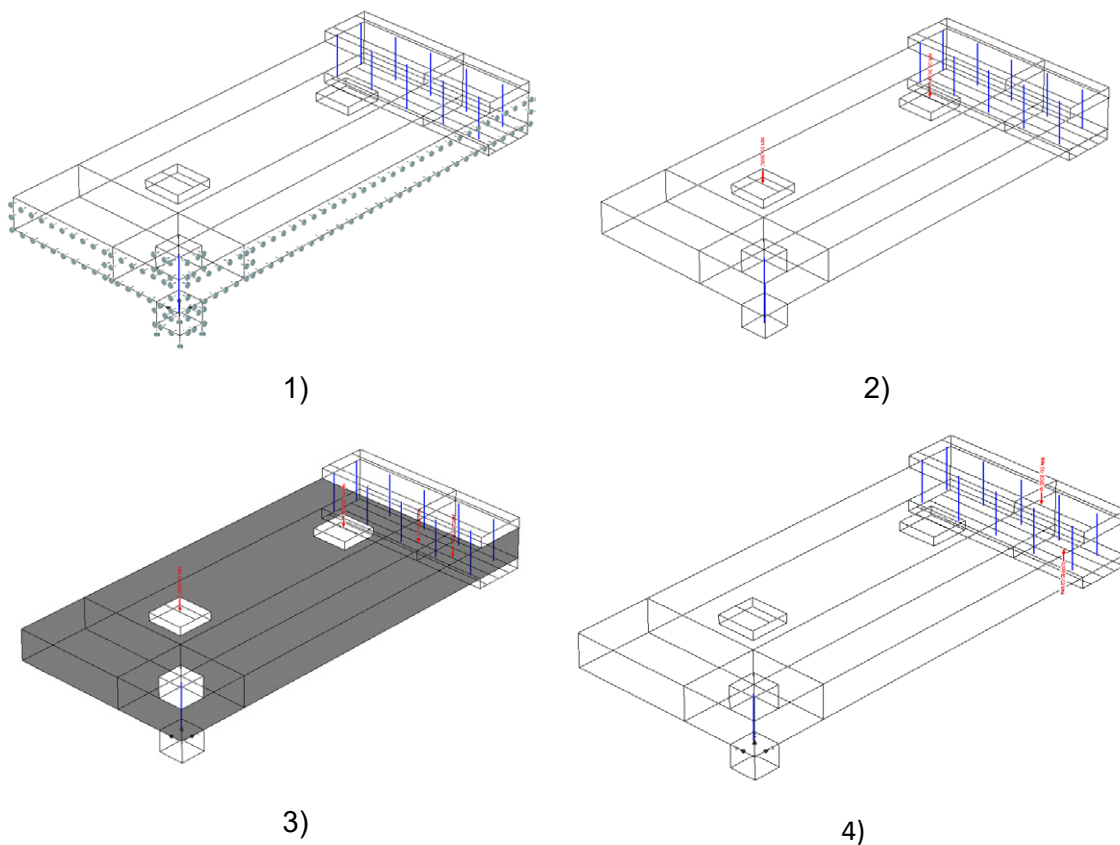
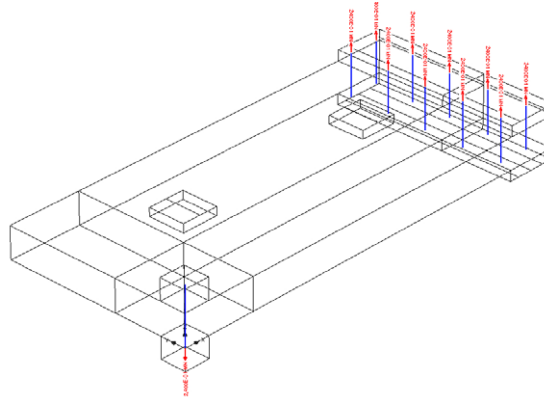


Figura 5.12 - Sequência de passos aplicados



5)

Figura 5.13 - Sequência de passo aplicados

Verifica-se que se optou por usar cargas equivalentes para modelar a força e o binário produzido pela escora, evitando a modelação do sistema de ensaio.

c) Força nas escoras

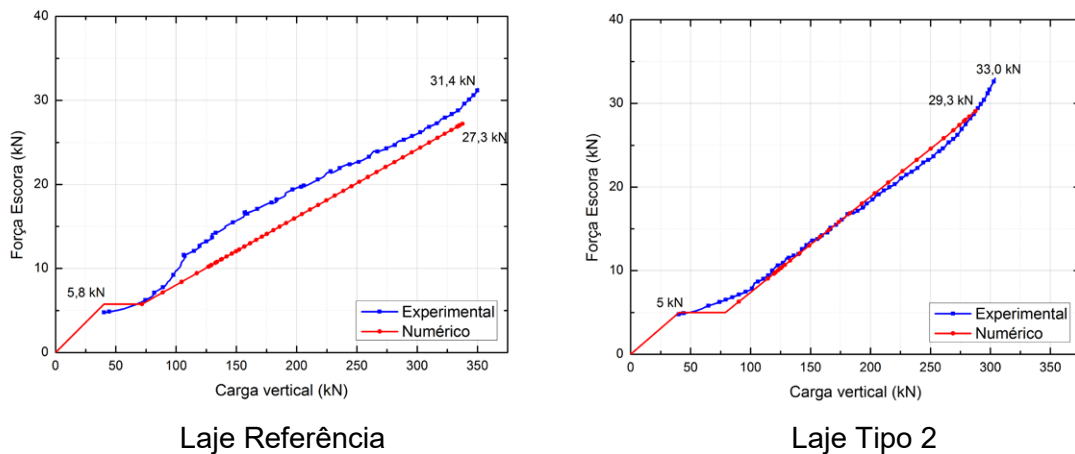


Figura 5.14 – Força média por escora experimental vs numérico

Para caracterizar a força média aplicada em cada escora, utilizou-se a seguinte abordagem (Figura 5.14):

1. Aplicação de uma pré-carga para equilibrar os esforços produzidos pelo peso próprio do sistema
2. No início do ensaio, optou-se por manter a carga nas escoras constantes devido ao facto de não se conseguir controlar as inclinações dos bordos nesta fase (Figura 5.14)

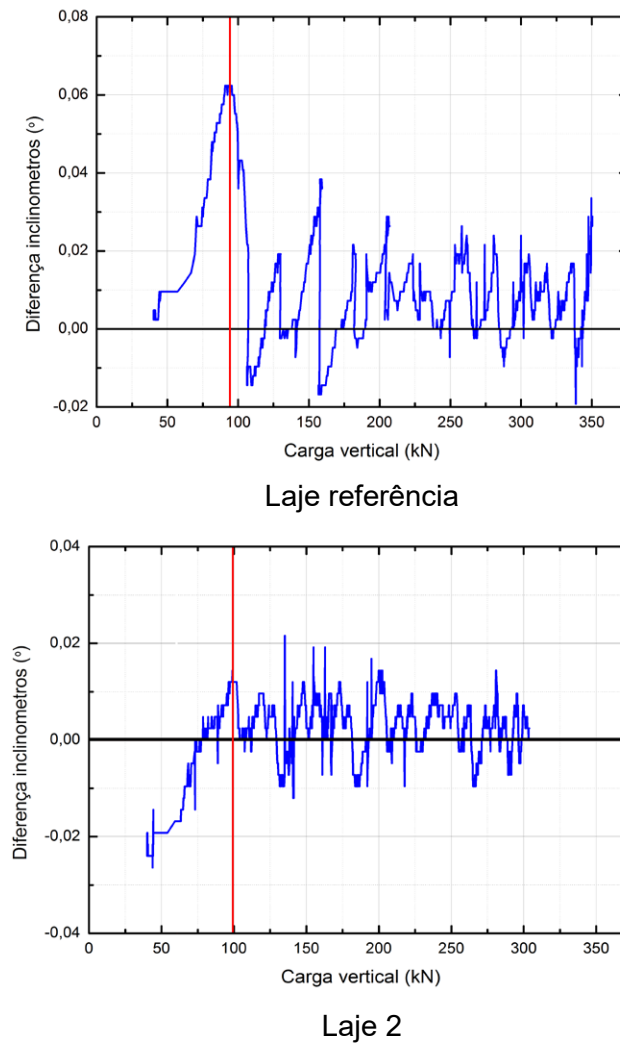


Figura 5.15 - Diferença de inclinação dos bordos ao longo dos ensaios (adaptado de [12])

3. Aplicação de incrementos de carga lineares, em que esta varia proporcionalmente com a carga vertical aplicada no modelo (relação obtida através de uma regressão linear da força das escoras experimental).

d) Monitorização

Relativamente à instrumentação do ensaio, optou-se por monitorizar o deslocamento vertical no ponto onde estão aplicados os defletómetros (Figura 5.10), assim como a carga aplicada na laje, o deslocamento horizontal do bordo da laje e a força aplicada pela escora.

5.2.3. Experimental vs. Numérico (Análise de resultados)

Nesta secção são analisados os resultados obtidos. As comparações entre os modelos experimentais e numéricos serão feitas em termos de cargas de rotura, curva força-deslocamento D1 (Figura 5.10) e entre deformadas para 4 níveis de carga.

As cargas de rotura obtidas serão comparadas com o Eurocódigo 2 [4] (EC2), com as recomendações do Model Code 2010 [17] (MC2010) e com o ACI 318M-11 [16] (ACI)].

Posteriormente será efetuada uma análise mais detalhada dos modelos numéricos com vista a estudar o comportamento das armaduras, os padrões de fendilhação e as tensões existentes no betão.

a) Cargas de rotura

Para a comparação das diversas cargas de rotura obtidas, optou-se por utilizar a força existente no pilar na rotura, ou seja, o somatório da carga aplicada na laje com o peso próprio da laje (28,8 kN) e do sistema de ensaio (11,4 kN).

Em anexo, no apêndice A, encontram-se um resumo das normas aplicadas e no apêndice B encontra-se a explicação do cálculo da carga de rotura por flexão V_{flex} para este tipo de laje.

De seguida, apresenta-se uma comparação entre a carga de rotura obtida experimentalmente e a carga de rotura obtida usando elementos finitos (V_{MEF}) (Tabela 5.5), assim como utilizando as normas, nomeadamente o EC2 [4] (V_{EC2}) e o ACI318M-11 [16] (V_{ACI}) e o MC2010 [17] (V_{MC2010}) (Tabela 5.6).

Tabela 5.5 – Comparação das cargas de rotura experimental com MEF

Laje	V_{exp} (kN)	V_{MEF} (kN)	Erro (%)
Referência	350,4	339,10	-3,3
Tipo 2	303,8	285,62	-6,4

Relativamente aos resultados obtidos, podemos ver que, utilizando elementos finitos, podemos obter cargas de rotura mais próximas das experimentais do que as normas, sendo que estes resultados apresentam cargas de rotura inferiores às cargas de rotura experimental.

Tabela 5.6 – Comparação das cargas de rotura experimentais com normas

Laje	V_{exp} (kN)	V_{EC2} (kN)	Erro (%)	V_{MC2010} (kN)	Erro (%)	V_{ACI} (kN)	Erro (%)
Referência	350,4	387,37	9,5	330,1	5,8	402,91	-15,0
Tipo 2	303,8	342,87	11,4	329,8	-8,6	403,14	-32,7

Por outro lado, podemos verificar que, utilizando as normas, se obtêm cargas de rotura superiores ao valor experimental. No entanto, no caso do MC2010, a aproximação é de nível III, o que significa que nesta aproximação não se contou com os efeitos não lineares da laje para o cálculo da rotação.

No entanto, é de salientar que para estimar as cargas de rotura usando as normas foram utilizados valores médios para a caracterização dos materiais, sendo que não foram utilizados coeficientes de segurança.

b) Curvas força-deslocamento vertical

Os deslocamentos utilizados nas curvas força-deslocamento numéricos foram obtidos através da medição de deslocamentos verticais no ponto onde estava colocado o defletómetro D1 no ensaio experimental, dado que só se modelou $\frac{1}{4}$ da laje, enquanto que os deslocamentos experimentais resultam da média das leituras dos defletómetros D1 e D14 (Figura 5.10).

Relativamente às forças, estas resultam da força total aplicada na laje, incluindo o peso próprio da laje e do sistema de ensaio (aproximadamente 40,2 kN)

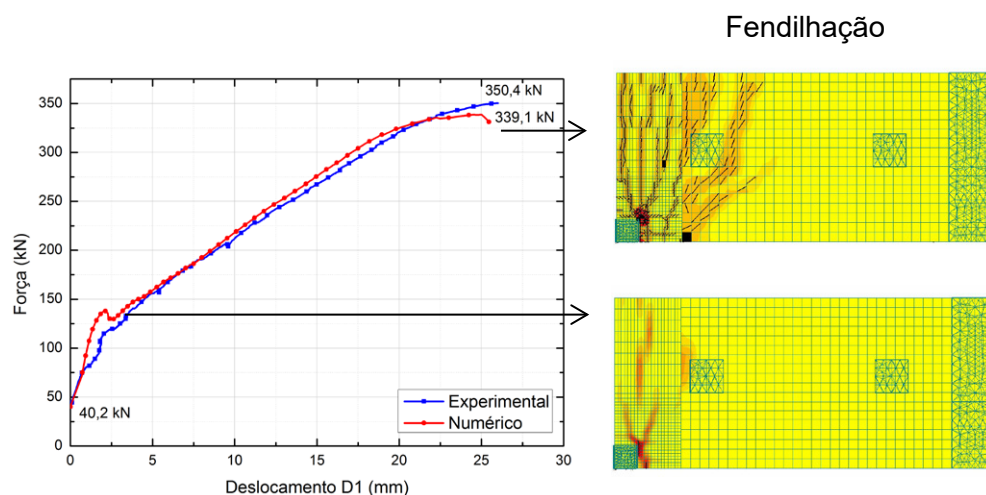


Figura 5.16 – Padrão de fendas da laje de referência para a abertura da 1ª fenda e na rotura

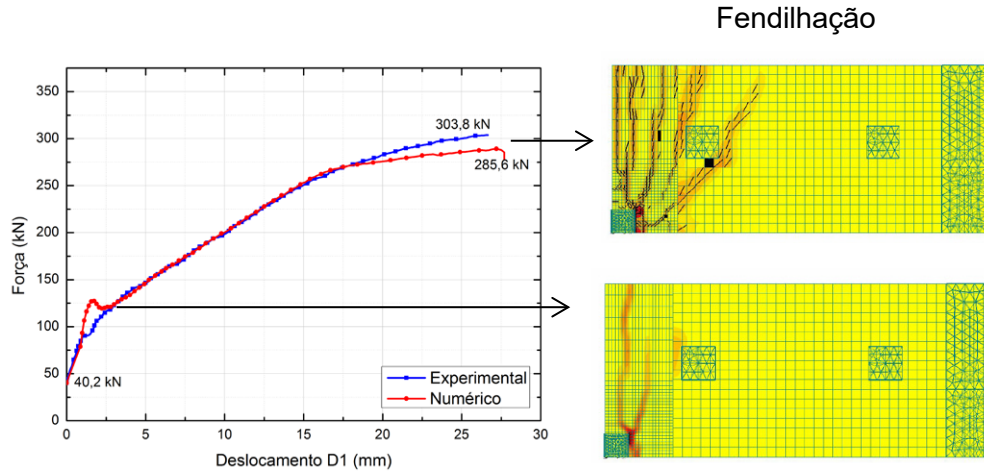


Figura 5.17 – Curva força-deslocamento d1 para a laje tipo 2

Nas Figura 5.16 e Figura 5.17, apenas se vêem as fendas (traços a preto) iguais ou superiores a 0.1 mm.

Podemos observar na Figura 5.16 e na Figura 5.17 que o comportamento das lajes numéricas é similar ao comportamento da laje experimental tanto em regime elástico como em regime fendilhado. No entanto, é de salientar que o erro relativo aumenta em duas zonas: zona de transição entre a fase elástica e fase fendilhada e na rotura.

Relativamente à zona de transição entre a fase elástica e fase fendilhada, podemos observar que existem decréscimos de força. Estes decréscimos ocorrem devido ao facto de o software realizar um controlo da análise por deslocamentos (ver capítulo 3), e representam a abertura de grandes fendas, onde existe redistribuição de esforços ou cedência das armaduras no modelo (Figura 5.15 e Figura 5.16).

Por outro lado, o aumento do erro na rotura deve-se ao facto de existir um aumento do incremento da força na escora relativamente à carga vertical no ensaio experimental (Figura 5.14).

Para quantificar o erro relativo entre as curvas experimentais e numéricas, optou-se por comparar a diferença entre as suas áreas divididas pela área total da laje experimental, de acordo com a equação 5.5.

$$\varepsilon = \frac{\int_0^{u_{max}} |V_{exp} - V_{num}| du}{\int_0^{u_{max}} V_{exp} du} \quad (5.5)$$

Em que u_{max} corresponde ao mínimo entre o deslocamento máximo da laje experimental e da laje numérica.

Tabela 5.7 - Erros globais da laje de referência e da laje Tipo 2

	Erro global (%)
Laje referência	5.3
Laje tipo 2	1.9

Com base na Tabela 5.7, podemos concluir que se obteve erros baixos quando se compara as curvas experimentais e numéricas.

Na Figura 5.18 e Figura 5.19, apresentam-se as vistas em planta das fendas existentes quando o modelo numérico atinge o primeiro pico (transição entre a fase elástica e a fase fendilhada) e a rotura, assim como as tensões nas armaduras.

De notar que as fendas estão representadas a preto e que têm uma abertura de fenda maior que 0,1 mm.

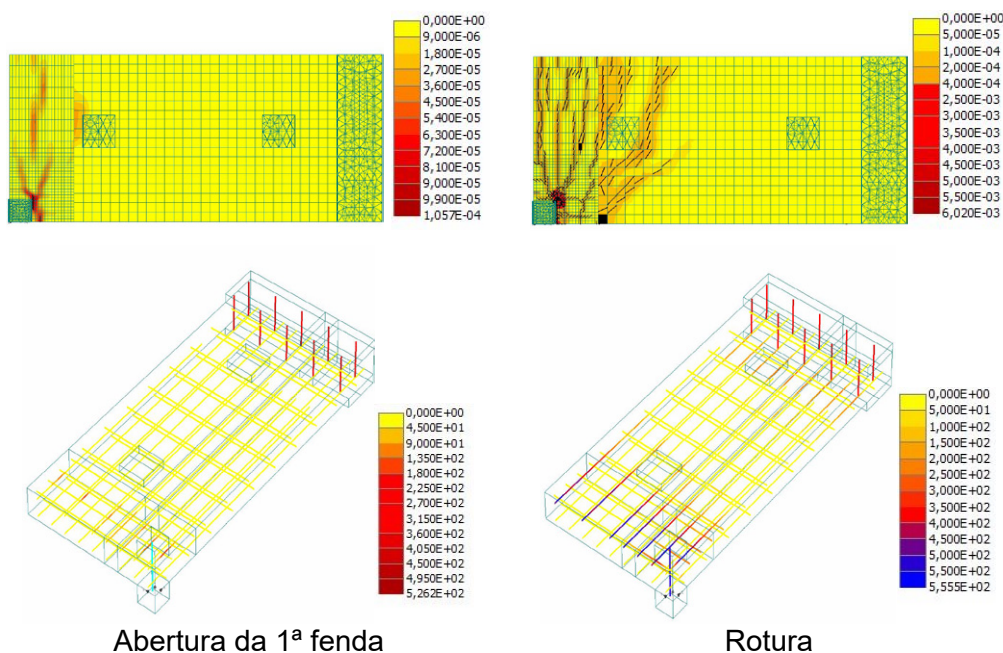


Figura 5.18 - Tensão nas armaduras no início da fase fendilhada e na rotura para a Laje de referência, em MPa

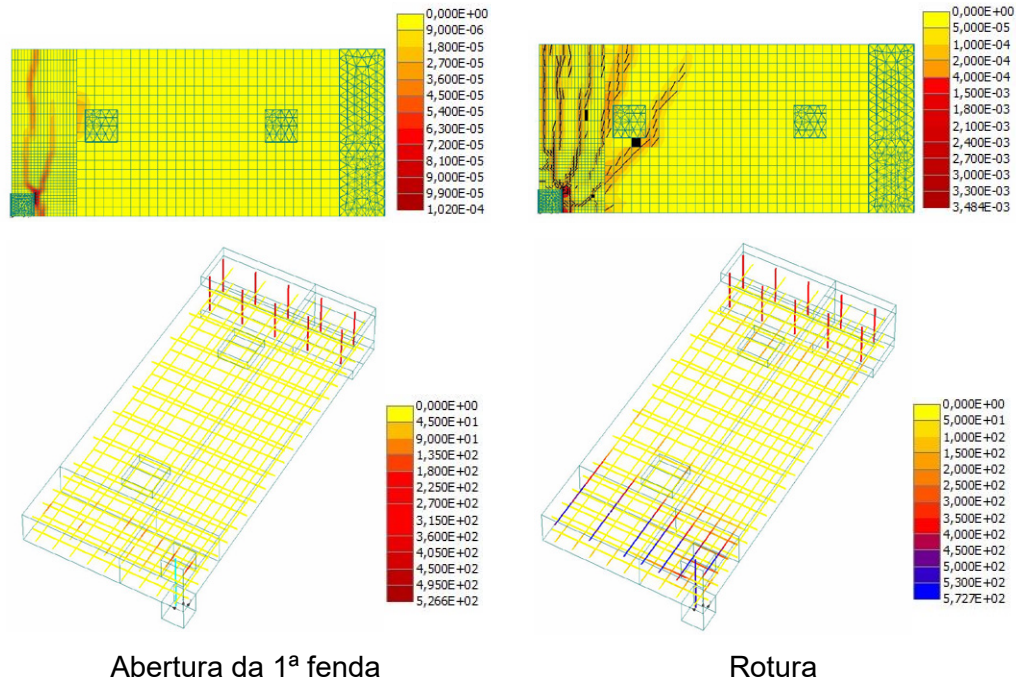


Figura 5.19 - Tensão nas armaduras no início da fase fendilhada e na rotura para a laje 2

Após observar a Figura 5.18 e Figura 5.19, podemos concluir que na abertura da 1ª fenda existe um aumento nas tensões das armaduras longitudinais devido ao efeito de ferrolho. Por outro lado, podemos observar que na rotura as armaduras longitudinais superiores encontram-se em cedência, enquanto que as armaduras longitudinais inferiores ainda se encontram em regime elástico.

c) Deformada e deslocamentos horizontais nos bordos

De seguida apresenta-se a comparação entre deformadas experimentais e numéricas para a laje de referência e laje tipo 2 (Figura 5.21 e Figura 5.22). De notar que as deformadas resultam da média entre os defletómetros à esquerda e à direita do pilar (Figura 5.20)

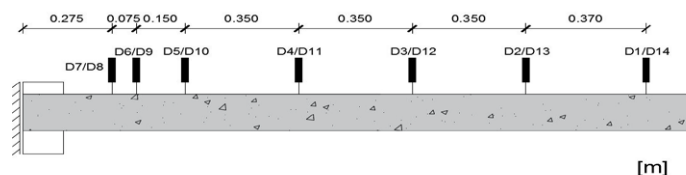


Figura 5.20 - Localização dos defletómetros

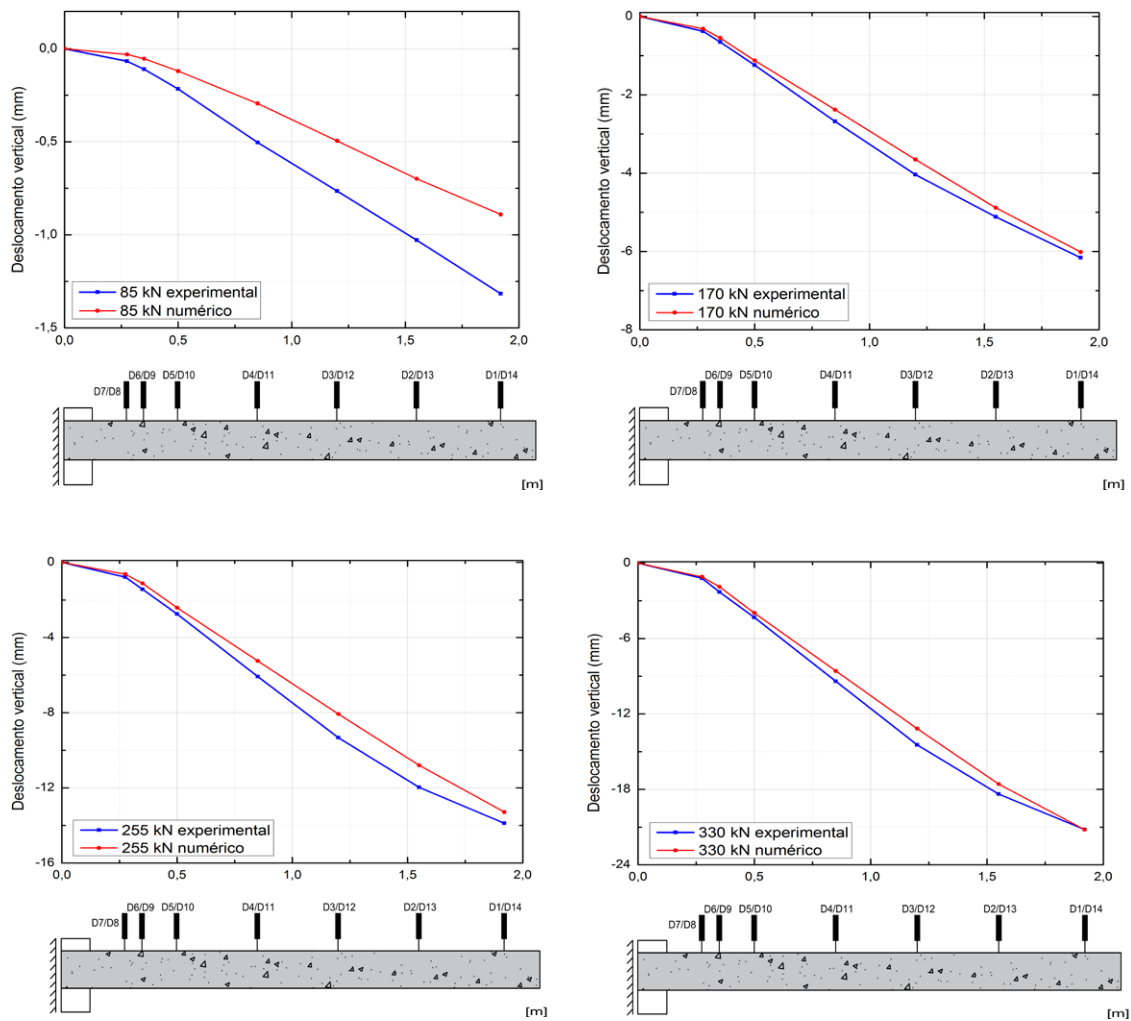


Figura 5.21 - Deformada experimental vs numérica para a laje de referência

Após observar a Figura 5.21, pode-se concluir que as deformadas obtidas pelo modelo numérico são próximas das deformadas experimentais, exceto para 75 kN. No entanto, é de salientar que neste ensaio o sistema de ensaio não conseguiu manter os bordos direitos, devido ao facto de, para a carga vertical aplicada, ter sido aplicado pouco momento positivo.

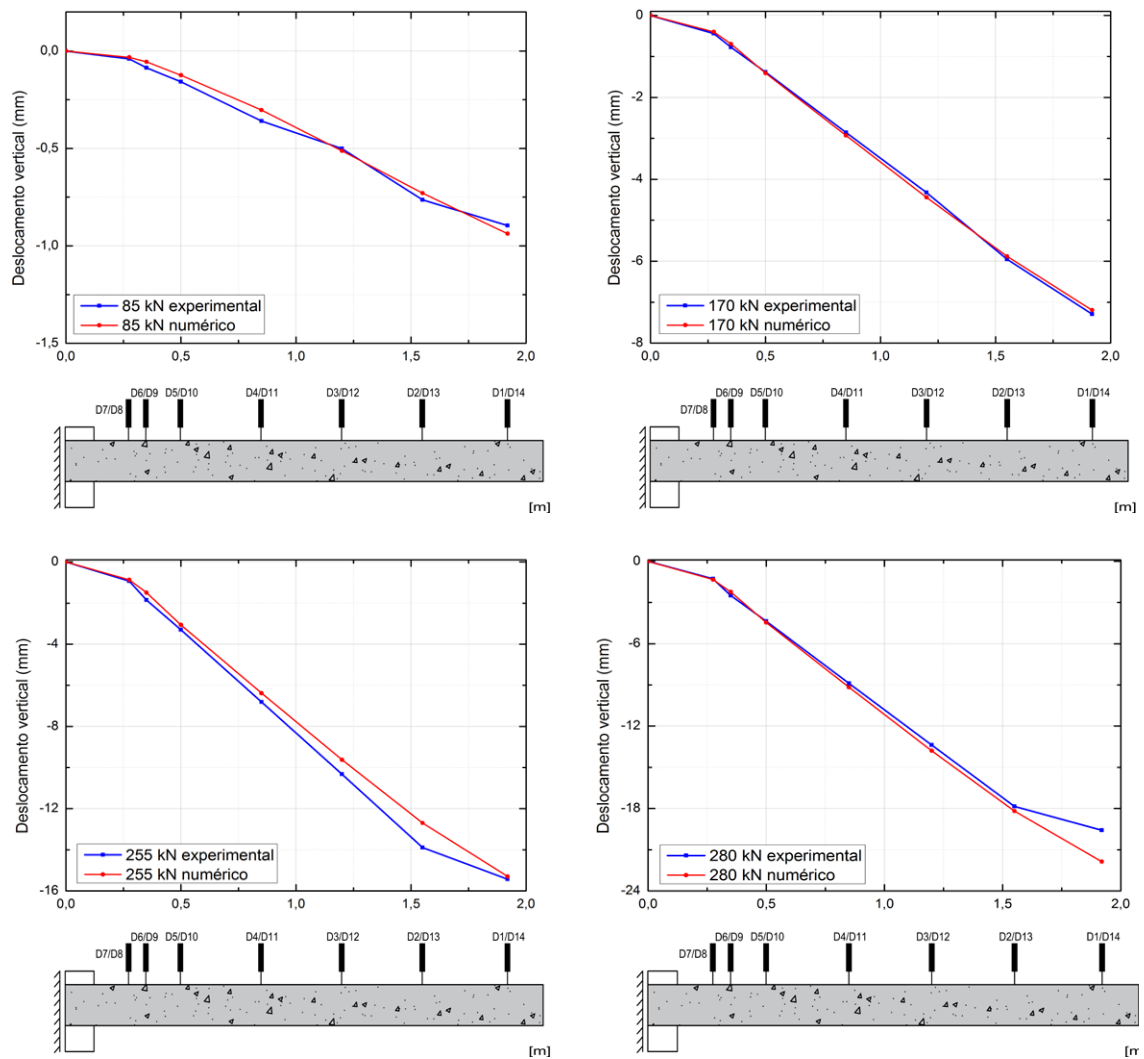


Figura 5.22 - Deformada experimental vs numérica para a laje tipo 2

Relativamente à laje 2, pode-se observar que a deformada da laje experimental e numérica são próximas. No entanto, é de salientar que, próximo da rotura, o bordo da laje experimental rodou menos que o numérico.

Por outro lado, pode-se constatar que, próximo da rotura, o modelo numérico é incapaz de simular a rotação no bordo da laje (Figura 5.22), pois no ensaio experimental o incremento de força nas escoras foi superior ao numérico (Figura 5.14).

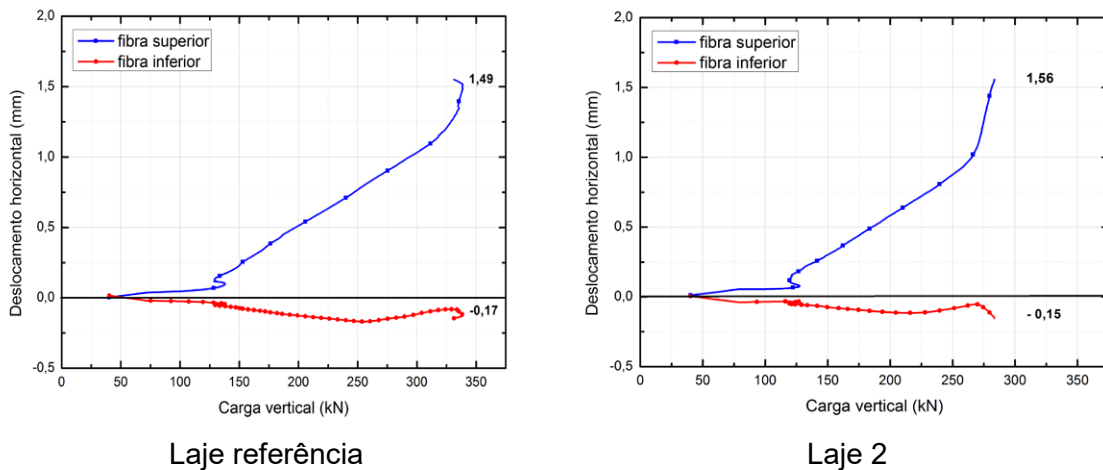


Figura 5.23 - Deslocamentos horizontais dos bordos das lajes modeladas numericamente

De acordo com a Figura 5.23, podemos concluir que o modelo numérico consegue controlar a inclinação do bordo em regime elástico, mas que quando se entra em regime fendilhado, apenas consegue controlar o deslocamento do bordo inferior.

Logo, podemos concluir que nestes ensaios experimentais, foi aplicado pouca força nas escoras, ou seja, foi aplicado pouco momento positivo na laje. Além disso, a pequena rigidez do sistema horizontal do sistema de ensaio não consegue simular o confinamento e impedir a expansão da laje.

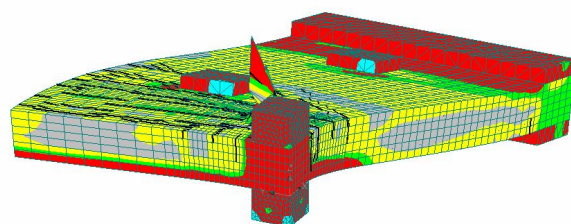
d) Tensões betão

Para se poder observar o que acontece ao nível de tensões do betão, optou-se por utilizar o critério de Von Mises (equação 5.6):

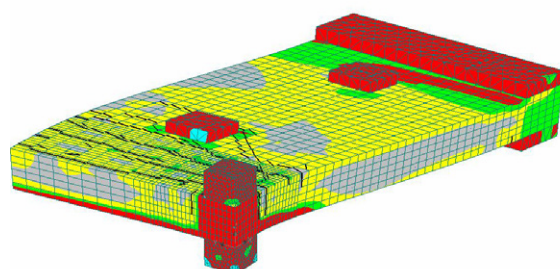
$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \quad (5.6)$$

Em que:

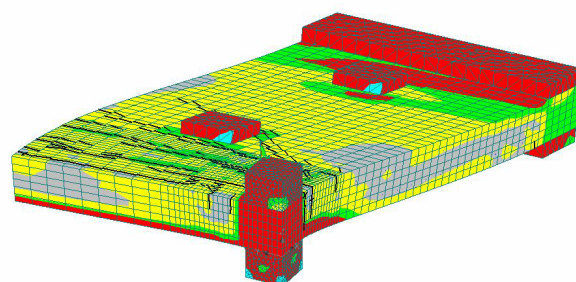
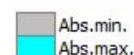
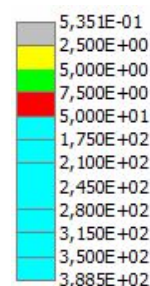
- σ é a tensão normal no elemento
- τ é a tensão tangencial no elemento



a) Laje Referência para $P=335$ kN (rotura)



b) Laje Referência para $P=280$ kN



c) Laje tipo 2 para $P=280$ kN (rotura)

Figura 5.24 - Tensões Von Mises vista 3D, em MPa

Verifica-se que na Figura 5.24 que, na rotura, existe uma concentração de esforços na zona de ligação entre a laje e o pilar. Porém, é de notar que existem tensões elevadas a atuar no centro do pilar e nos bordos da laje, devido ao pré-esforço aplicado nessas zonas.

Comparando a distribuição de tensões entre a laje de referência (para uma carga de 280 kN) e a laje tipo 2 na rotura, podemos observar que na laje de referência, as tensões encontram-se mais concentradas junto ao pilar, logo podemos concluir que existiu redistribuição de esforços devido à troca de armaduras (Figura 5.24 e Figura 5.25).

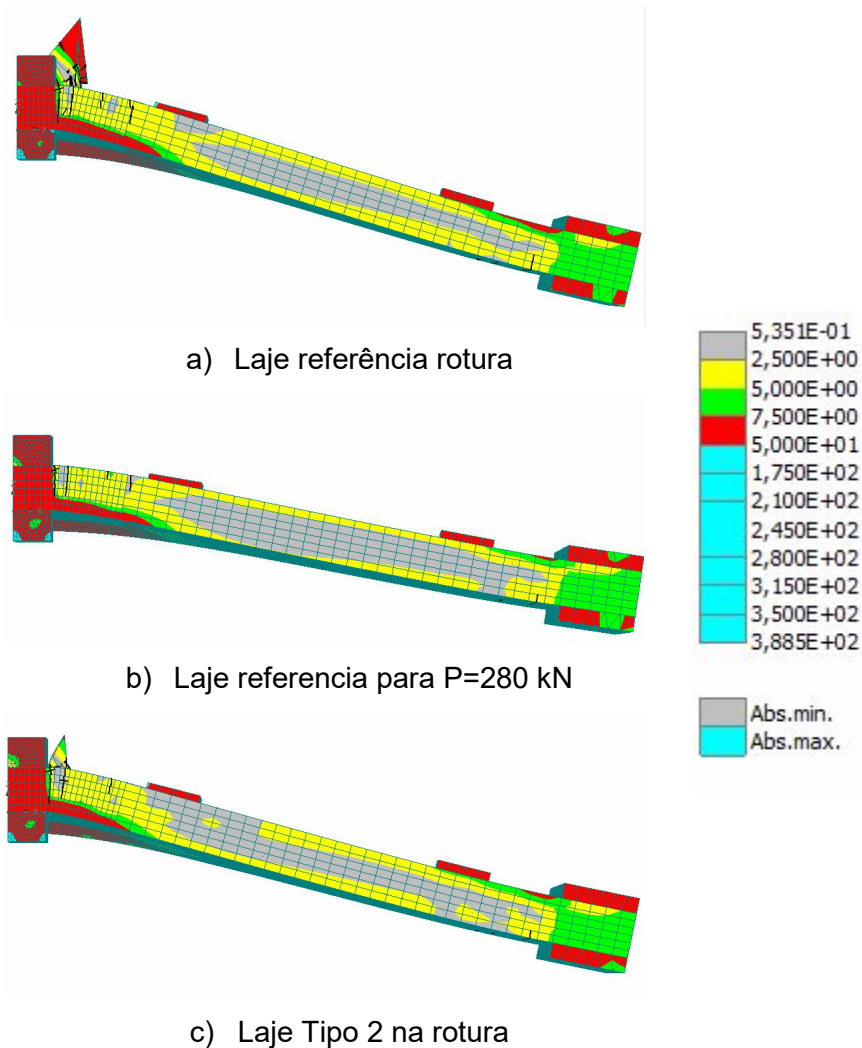


Figura 5.25 - Tensões Von Mises Vista em perfil, em MPa

5.3. Punçoamento excêntrico

5.3.1. Introdução

Com vista a testar este sistema de ensaio, Almeida et al. ([9]) ensaiou uma laje sujeita a carregamento excêntrico.

Para este ensaio, o sistema de ensaio tinha o objetivo de garantir as seguintes condições de fronteira:

- Rotação e deslocamentos verticais iguais em ambos os bordos;
- Esforço transversal simétrico nos bordos;
- Momentos positivos diferentes de zero e de igual valor;

Por outro lado, neste ensaio realizaram-se as cinco fases descritas em 5.1.1, sendo que o pilar foi empurrado apenas para um lado.

Relativamente à carga gravítica aplicada, foi definido que seria aplicado 50% da carga de rotura por punçoamento centrado, ou seja, cerca de 158 kN.

Por fim, é de referir que a escora utilizada neste ensaio não tinha um macaco hidráulico (Figura 5.26), não sendo possível o controlo da força nas escoras.

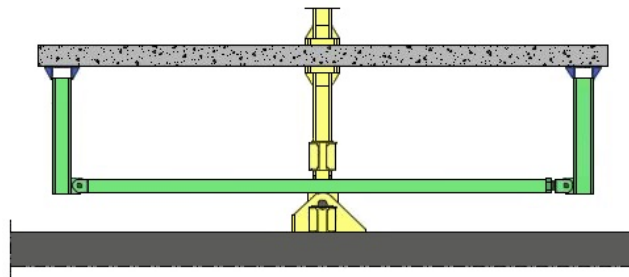


Figura 5.26 - Escora laje E-50

5.3.2. Modelo numérico

a) Malha utilizada

No modelo numérico, optou-se por utilizar uma malha igual à utilizada no punçoamento centrado, só que foi modelado metade da laje devido ao facto de este ser apenas simétrico em relação a um plano (Figura 5.27).

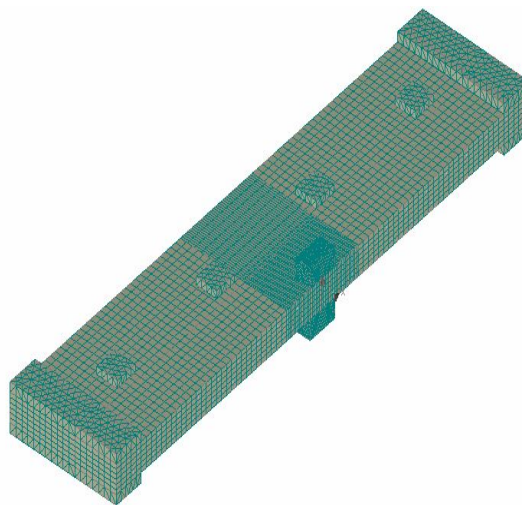


Figura 5.27 - Malha de elementos finitos utilizada para o punçoamento excêntrico

Optou-se por não simular o pilar, visto que este se encontra em regime elástico durante todo o ensaio.

De seguida, na Tabela 5.8, apresentam-se os valores utilizados na calibração da laje E-50.

Tabela 5.8 - Parâmetros do betão para a laje E-50

Laje	f_{cm} (MPa)	f_{ctm} (MPa)	E (GPa)	G_f (MN/m)	ϵ_{cp}
E-50	55,10	3,91	33,04	9,91E-05	1,668E-03

Refere-se que os parâmetros utilizados foram aferidos da mesma forma que as lajes retangulares ensaiadas ao punçoamento centrado.

b) Sequência de ensaio

Para simular este ensaio, optou-se por utilizar a seguinte sequência de eventos (Figura 5.28 e Figura 5.29):

1º - Aplicação do peso próprio da laje (1 + 3)

2º - Aplicação do pré-esforço nos bordos (60 kN por parafuso) e no pilar (240 kN por parafuso) (1+2)

3º - Aplicação da carga gravítica (1+4+5)

4º - Aplicação do binário de forças nos bordos, mudando as condições de apoio (6+7)

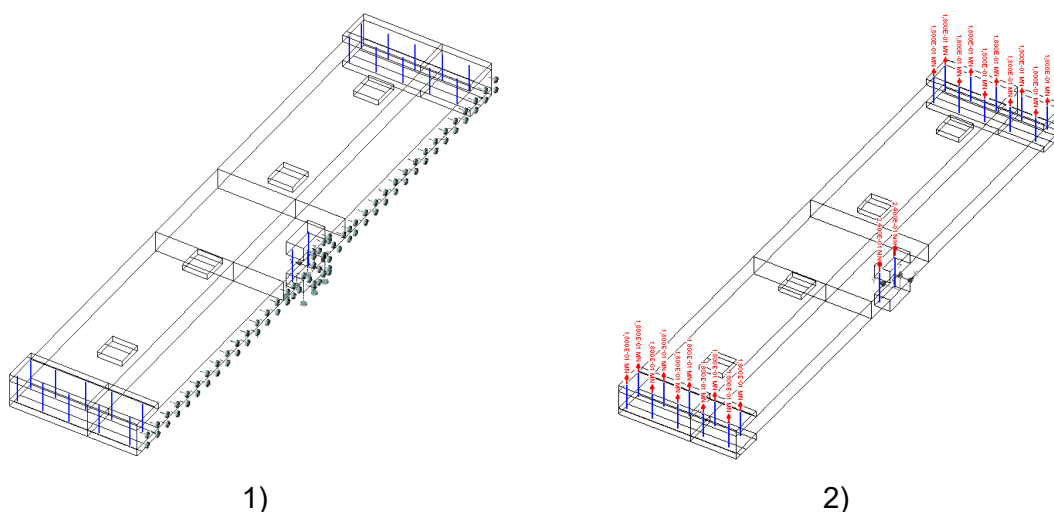


Figura 5.28 - Sequência de aplicação de carga para a laje E-50

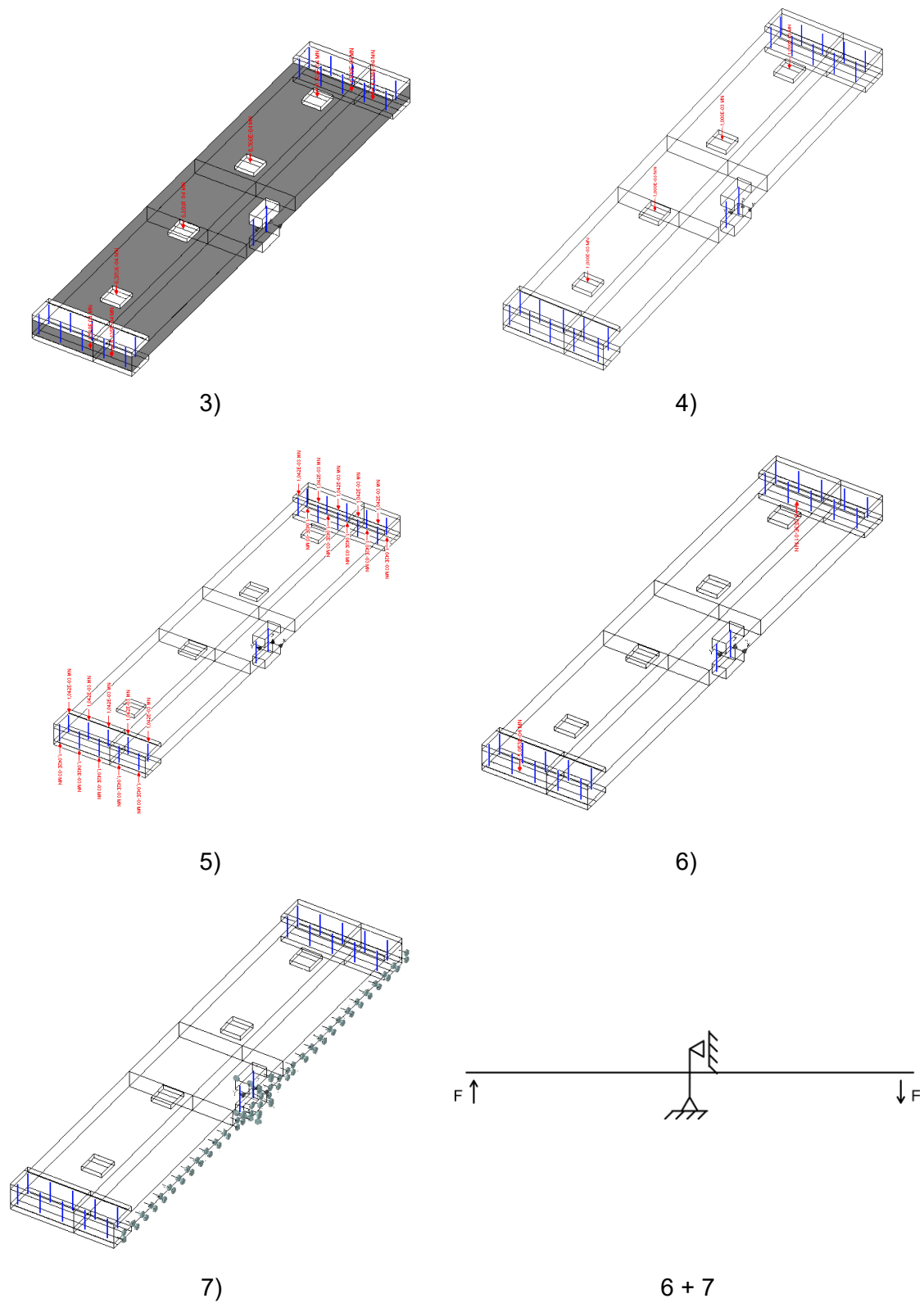


Figura 5.29 - Sequência de aplicação de carga para a laje E-50

c) Força nas escoras

Para monitorizar a força nas escoras, e visto que não existia macaco hidráulico nem célula de carga, optou-se por utilizar extensómetros para medir as extensões nas escoras. De seguida, obteve-se uma estimativa da força que a escora exercia convertendo as extensões lidas em forças.

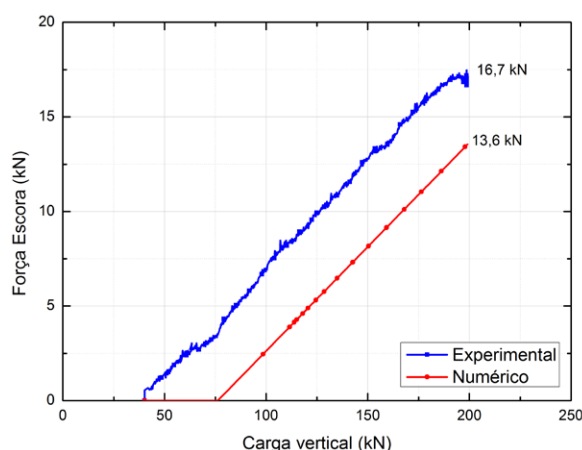


Figura 5.30 - Força experimental vs numérica na escora para a laje E-50

Tal como nas lajes modeladas ao punçoamento centrado, optou-se por fazer uma aproximação bilinear, em que na fase inicial não se aplica força na escora, seguido de uma aproximação linear em função da carga vertical (Figura 5.30).

Refere-se que, em fase excêntrica (aplicação de carga horizontal no pilar), optou-se por manter constante a força nas escoras.

d) Monitorização

Neste ensaio, optou-se por monitorizar o deslocamento vertical nos pontos onde se utilizaram defletómetros, assim como as reações no pilar e as forças aplicadas (carga gravítica e cargas equivalentes à força aplicada na escora).

5.3.3. Experimental vs numérico

Neste subcapítulo é feita uma comparação entre o modelo experimental e numérico em termos de carga de rotura, curva força-deslocamento D1 para a fase em que é aplicada a carga gravítica, curva força-drift para a fase do carregamento excêntrico, e em termos de deformada.

Seguidamente, apresenta-se uma análise mais detalhada do modelo numérico, com vista a estudar o comportamento das armaduras, os padrões de fendilhação e as tensões existentes na rotura.

De notar que, a carga de rotura obtida experimentalmente será comparada com as normas (EC2 [4], MC2010 [17] e ACI [16]).

a) Cargas de rotura

Para a carga de rotura, foi considerada a carga horizontal aplicada no pilar.

Em anexo, no apêndice A, encontram-se um resumo das normas aplicadas e no apêndice B encontra-se a explicação do cálculo da carga de rotura por flexão V_{flex} para este tipo de laje.

De seguida, apresenta-se uma tabela com a comparação da carga de rotura experimental com as cargas de rotura obtidas pelas normas (Tabela 5.10) e por elementos finitos (Tabela 5.9).

Tabela 5.9 - Comparação das cargas de rotura experimental e o MEF

Laje	V_{exp} (kN)	V_{MEF} (kN)	Erro (%)
E-50	44,3	47,9	7,5

Relativamente aos elementos finitos (MEF), a aproximação obtida foi superior ao experimental, sendo que se aproxima mais da carga de rotura experimental do que as normas.

Tabela 5.10 - Comparação entre cargas de rotura experimental e normas

Laje	V_{exp} (kN)	V_{EC2} (kN)	Erro (%)	V_{MC2010} (kN)	Erro (%)	V_{ACI} (kN)	Erro (%)
E-50	44,3	40,25	-10,1	34,72	-21,6	32,63	-26,3

Pode-se constatar que as cargas de rotura obtidas pelas normas foram inferiores ao experimental.

No entanto, para estimar as cargas de rotura usando as normas foram utilizados valores médios para a caracterização dos materiais, sendo que não foram utilizados coeficientes de segurança.

b) Curva força-deslocamento

Nesta curva força-deslocamento D1 foi considerada a carga aplicada na laje incluindo do peso próprio da laje e do sistema de ensaio. De notar que se aplicou 50% da carga de rotura prevista pelo EC2 [4], ou seja, cerca de 199 kN.

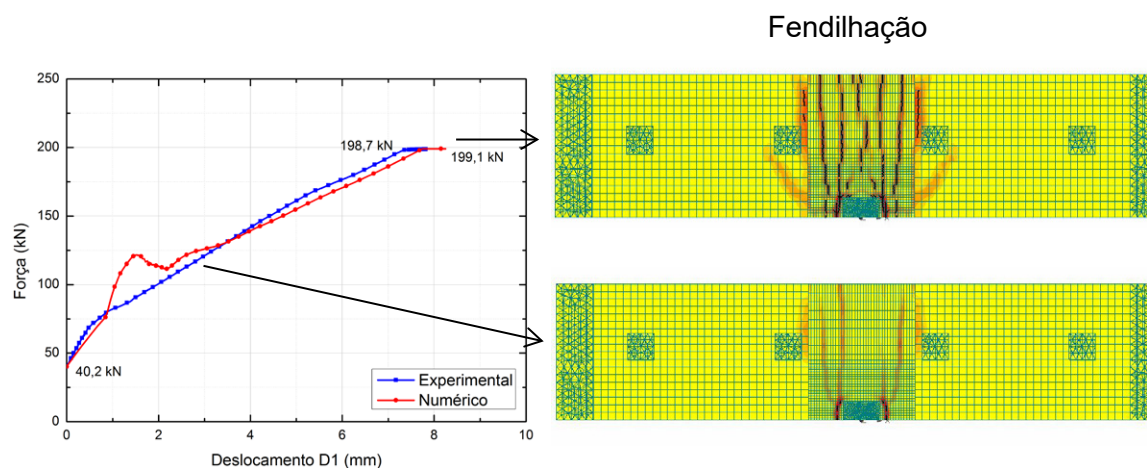


Figura 5.31 - Curva força-deslocamento d1 para a laje E-50

Pode-se observar que a curva obtida utilizando elementos finitos é mais rígida do que a experimental em fase elástica, sendo que quando fendilha, a curva torna-se mais flexível do que o experimental (Figura 5.31).

c) Curva força-drift

Na curva força-drift experimental, o drift (θ) corresponde à divisão do deslocamento obtido pelo defletómetro localizado no topo do pilar pela altura, enquanto que o drift numérico consiste na soma entre a rotação da laje e a deformação horizontal do pilar dividida pela altura do pilar (Figura 5.32).

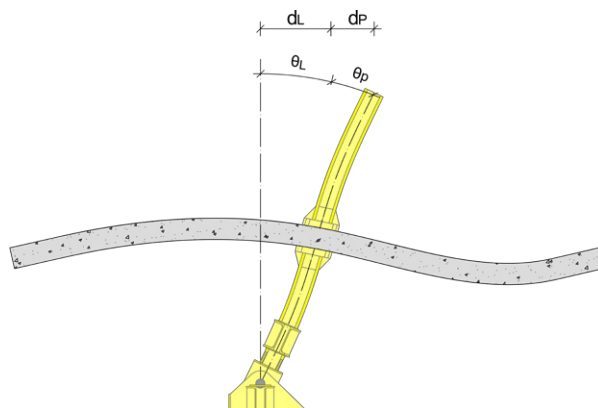


Figura 5.32 – Rotação total da laje excêntrica

A rotação da laje (θ_L) foi obtida aplicando a condição que o deslocamento vertical tem que ser igual nos defletómetros extremos (D1 e D14), ou seja, é a rotação que se faz para obter deslocamentos verticais iguais (Figura 5.33).

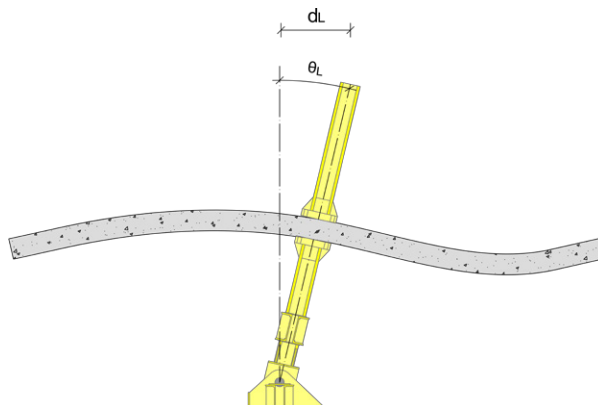


Figura 5.33 - Rotação da laje excêntrica

Para se obter a rotação devido à deformação do pilar (θ_p), foi utilizado o princípio dos trabalhos virtuais complementar para calcular o deslocamento do topo do pilar. De seguida, este deslocamento foi dividido pela altura do pilar, para se obter a rotação devido à deformação do pilar (Figura 5.34).

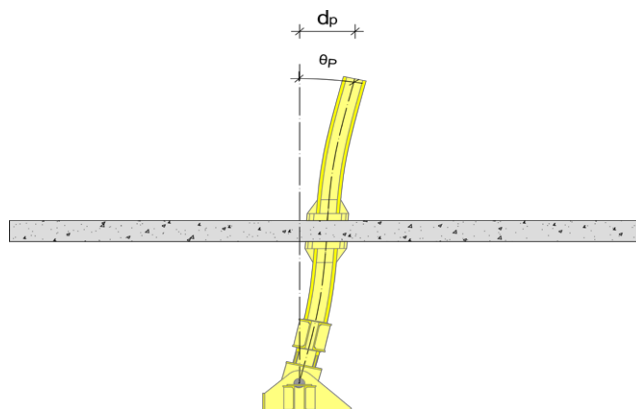


Figura 5.34 - Rotação devido à deformação do pilar

Após observar a Figura 5.35, podemos concluir que o drift experimental é semelhante ao numérico, sendo que perto na rotura o modelo numérico apresenta uma rotação menor do que a experimental. É também de salientar que, com a aplicação da carga excêntrica, as fendas apenas se desenvolveram de um lado da laje, fechando as do outro lado, devido à anti simetria da laje.

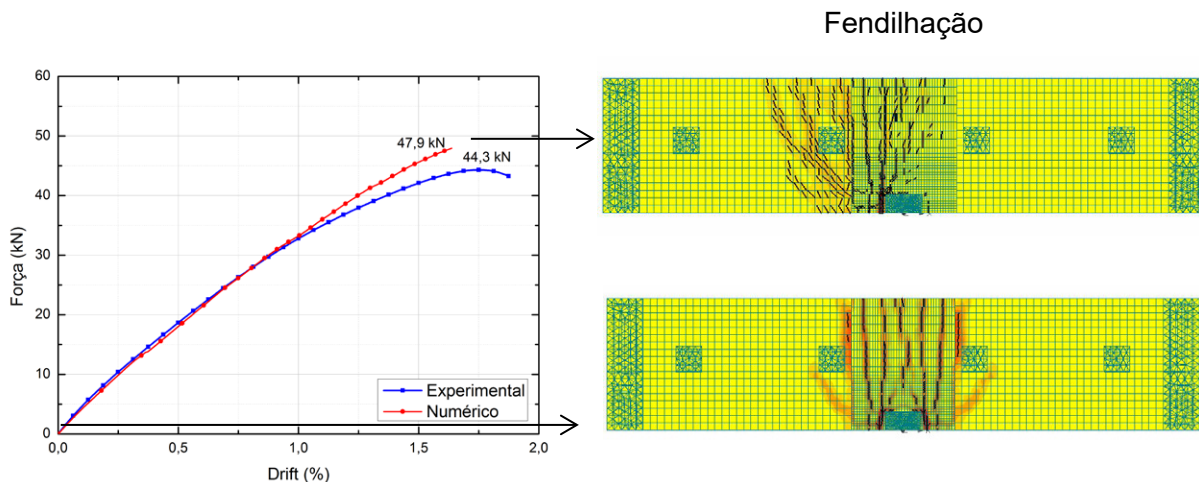


Figura 5.35 - Curva força-drift para a laje excêntrica

Relativamente à constituição do drift, podemos constatar que inicialmente, metade do drift é devido à rotação da laje e metade do drift deve-se à deformação do pilar, enquanto que, à medida que se vai aumentando o drift, este deve-se mais à rotação da laje (devido à abertura de fendas) do que à rotação devido à deformação do pilar. (Figura 5.36).

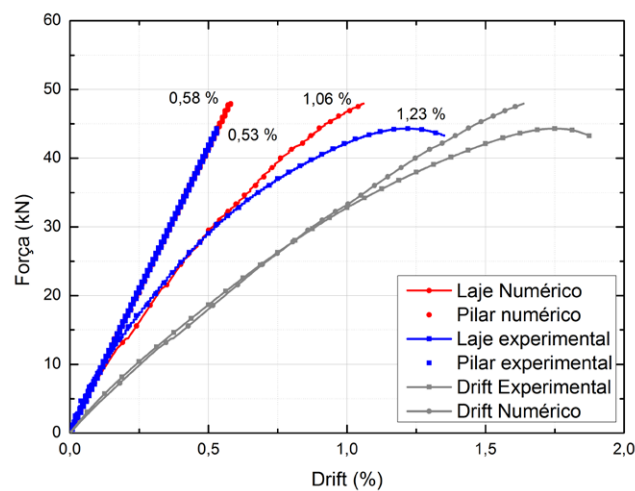


Figura 5.36 - Rotação laje e pilar para a laje E-50

Com isto, pode-se concluir, que quanto maior for a carga aplicada no pilar, menor é o peso da deformação do pilar no drift obtido. No entanto, a deformação do pilar tem uma influência significativa no drift total (Figura 5.37)

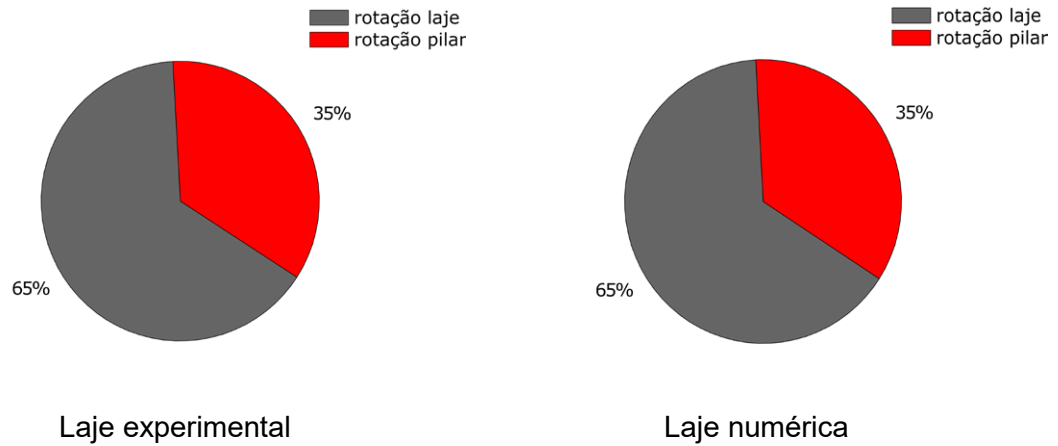


Figura 5.37 - Percentagem de drift devido à rotação da laje e à deformação do pilar na rotura

Para quantificar o erro relativo entre as curvas experimentais e numéricas, optou-se por comparar a diferença entre as suas áreas divididas pela área total da laje experimental, de acordo com a equação 5.7.

$$\varepsilon = \frac{\int_0^{u_{max}} |V_{exp} - V_{num}| du}{\int_0^{u_{max}} V_{exp} du} \quad (5.7)$$

Em que u_{max} corresponde ao mínimo entre o deslocamento máximo da laje experimental e da laje numérica.

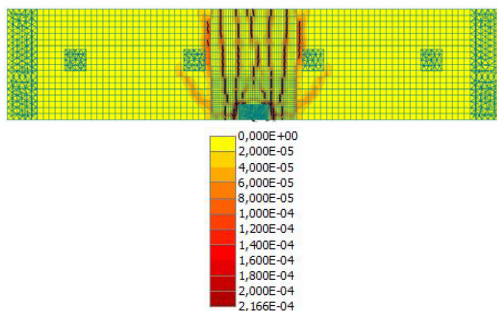
Tabela 5.11 - Erros globais da laje E-50 para a fase de carregamento vertical e carregamento horizontal

Laje E-50	Erro global (%)
Carregamento vertical	4.7
Carregamento horizontal	2.1

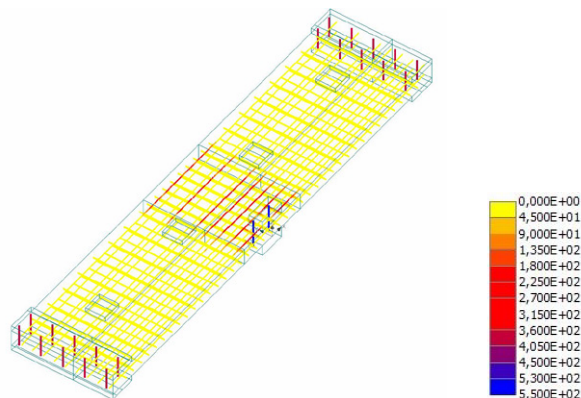
Com base na Tabela 5.11 podemos concluir que se obteve erros baixos quando se compara as curvas experimentais e numéricas para o carregamento horizontal e vertical.

Quanto às tensões nas armaduras, podemos verificar que no início da fase excêntrica, as armaduras superiores junto ao pilar encontram-se com tensões elevadas, mas ainda em regime elástico, enquanto que na rotura essas armaduras encontram-se em cedência (Figura 5.38)

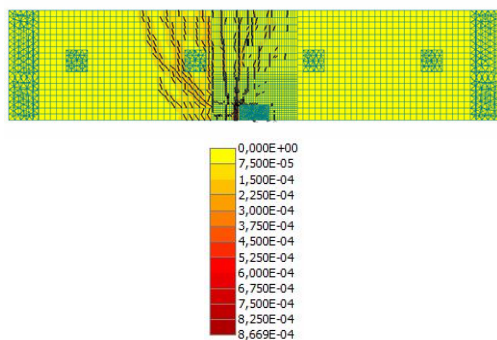
Fendilhação após aplicação da carga gravítica



Tensão nas armaduras após a aplicação da carga gravítica



Fendilhação na rotura



Tensão nas armaduras na rotura

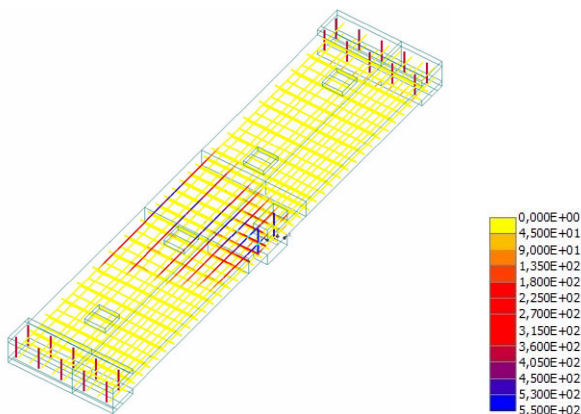


Figura 5.38 - Tensões nas armaduras para a laje E-50, em MPa

No entanto, é de salientar que, devido à excentricidade provocada pela aplicação de carga horizontal no pilar, a concentração de tensões nas armaduras deixa de ser simétrica, fazendo com que estas se encontrem em cedência apenas de um dos lados do pilar (na zona fendilhada na rotura da laje).

d) Deformada

Pode-se observar que, no global, a deformada do modelo numérico aproxima-se do modelo experimental. No entanto, é de salientar que o modelo numérico é incapaz de simular o que acontece no canto sul (D1 e D2) (Figura 5.39), visto tratar-se de um deslocamento imposto pelo sistema de ensaio (Figura 5.40).

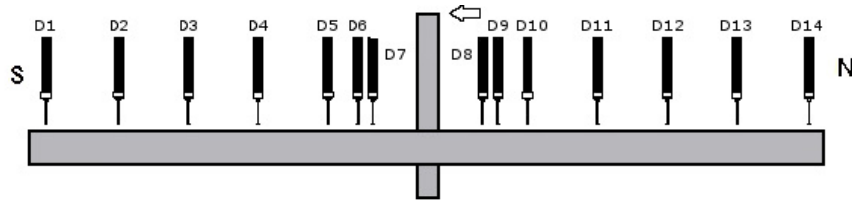


Figura 5.39 - Disposição defletómetros (adaptado de [9])

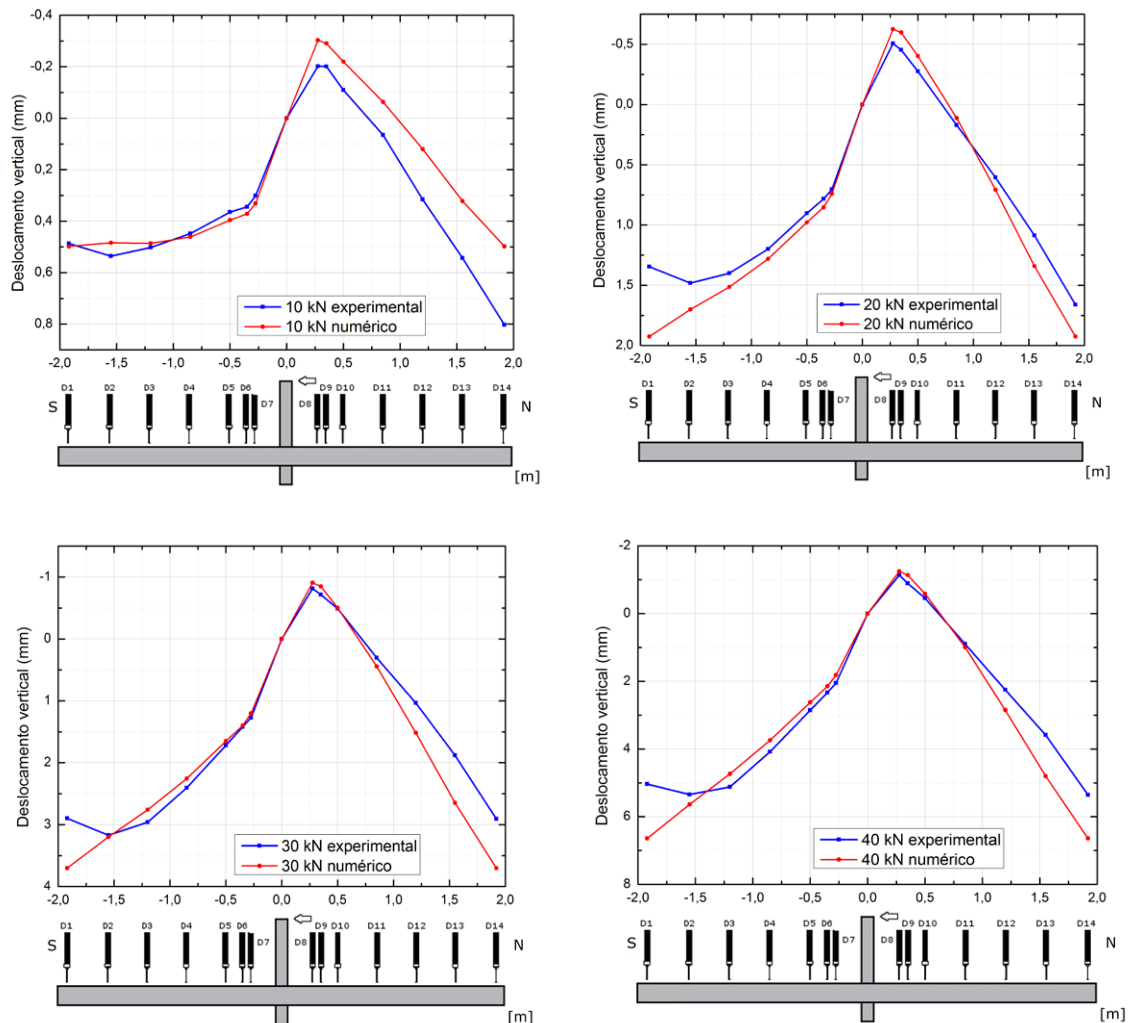


Figura 5.40 - Deformada experimental vs numérica para a laje E-50

Por outro lado, para a laje experimental o deslocamento vertical nos defletómetros D1 e D14 são aproximadamente iguais, podendo ser uma das causas para o qual a deformada numérica se apresenta mais rígida que a experimental.

e) Tensões no betão

De seguida apresentam-se as tensões de Von Mises para a laje E-50, na rotura.

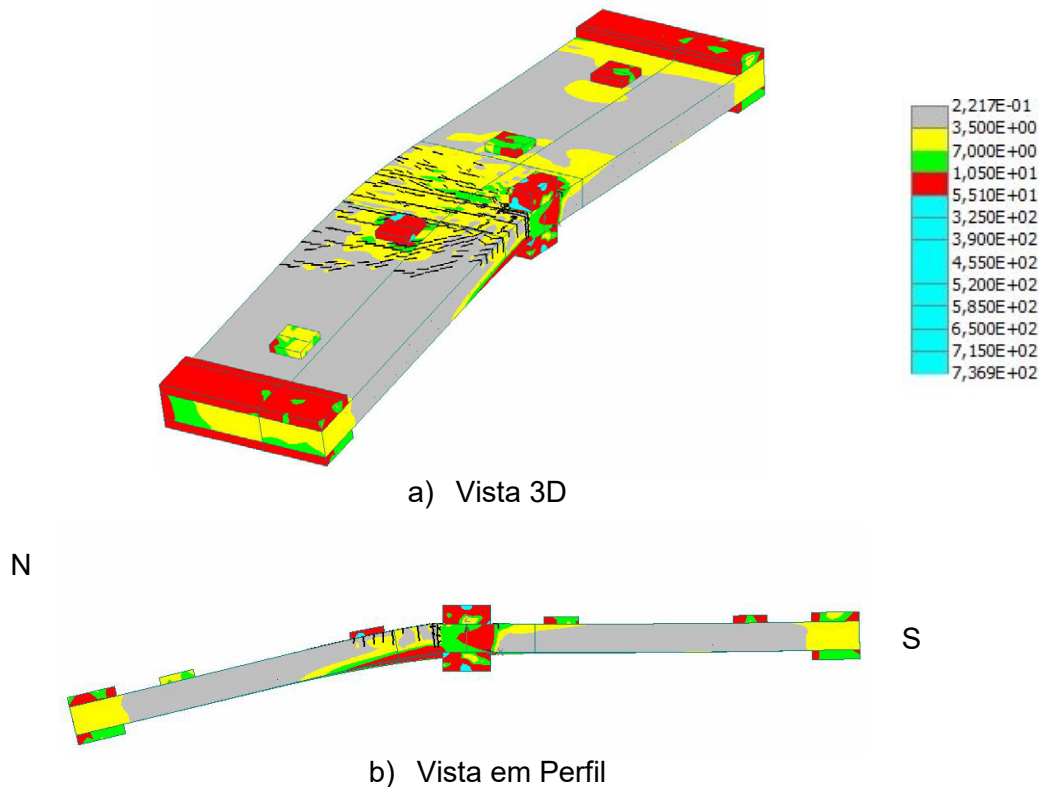


Figura 5.41 – Tensões de Von Mises para a laje E-50 na rotura, em MPa

Após observar as tensões de Von Mises na rotura, podemos concluir que existe uma concentração de esforços no pilar e nos bordos. As tensões elevadas nos bordos deve-se ao pré-esforço aplicado nos bordos, enquanto que a concentração de esforços à esquerda do pilar deve-se à carga horizontal aplicada na laje (Figura 5.41).

No entanto, existem tensões descontinuas na zona do nó entre o pilar e a laje (alívio de tensões provocadas pelos parafusos de fixação do pilar na zona a verde e aumento de tensões provocadas pelos parafusos de fixação do pilar na zona a vermelho) devido aos momentos que são transmitidos pelo pilar.

6. Avaliação da influência do confinamento na resistência ao punçoamento

6.1. Introdução

Neste capítulo serão efetuados dois estudos paramétricos (lajes retangulares e lajes quadradas), com vista a entender melhor a influência do confinamento na resistência ao punçoamento em lajes fungiformes. Para isso, vão ser variadas a percentagem de armadura mecânica superior e inferior para duas distribuições de armaduras através do cálculo de varões fictícios.

Para o cálculo dos diâmetros dos varões fictícios, foram utilizadas as seguintes equações (equação 6.1 e 6.2) para uma faixa com $b=1.85$ m junto ao pilar

$$\frac{A_s}{b} = \frac{\rho}{100} d \quad (6.1)$$

$$D_{\emptyset} = \sqrt{\frac{4A_s}{\pi \times n^{\circ} \text{ varões}}} \quad (6.2)$$

Por outro lado, para cada percentagem de armadura total calculada (superior + inferior), foram simulados dois modelos, um com uma distribuição normal e outra invertendo as percentagens das armaduras superiores e inferiores, a fim de estudar a redistribuição de momentos na resistência ao punçoamento.

No entanto, para as lajes fungiformes, geralmente existem dois mecanismos de rotura:

- Flexão (V_f), que é uma rotura dúctil, em que as armaduras de flexão na faixa do pilar (armaduras superiores junto ao pilar e inferiores a meio-vão) se encontram todas em cedência.
- Punçoamento (V_p), que é uma rotura frágil, em que as armaduras não se encontram todas em cedência.

Se a carga de rotura por punçoamento for inferior à carga de rotura por flexão, então não é possível redistribuir a totalidade dos momentos, visto que se trata de uma

rotura frágil. Esta rotura pode ocorrer antes das armaduras negativas estarem em cedência (V_1), ou depois de estas se encontrarem em cedência (V_3) (Figura 6.1).

Por outro lado, se a carga de rotura por punçoamento for superior à carga de rotura por flexão, então é possível redistribuir a totalidade dos momentos, visto tratar-se de uma rotura dúctil com todas as armaduras em cedência (V_4) (Figura 6.1).

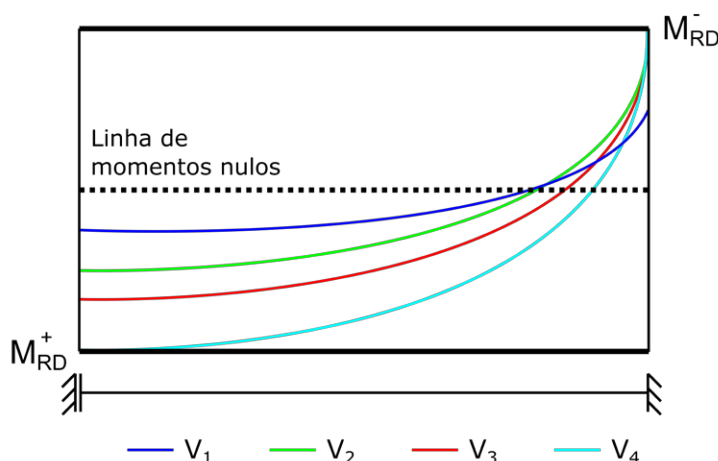


Figura 6.1 - Distribuição de momentos para varias cargas de um painel de uma laje contínua; V1 – fase elástica; V2 – cedência das armaduras superiores; V3 – Redistribuição de momentos devido à cedência das armaduras inferiores; V4 – Rotura por flexão

Devido ao facto de existirem vários modelos, optou-se por utilizar um código para identificar cada laje ($f_c - A_s^- - A_s^+$).

Por exemplo, uma laje com $f_c=20$ MPa, 0,5% de percentagem de armadura longitudinal superior e 1% de percentagem de armadura inferior tem a designação de 20_0,5%-1,0%.

6.2. Lajes retangulares

6.2.1. Introdução

Neste subcapítulo será efetuado um estudo paramétrico para as lajes retangulares simuladas no capítulo anterior, considerando que a escora consegue simular as condições de simetria de meio vão numa direção (encastramento deslizante). Na outra direção, optou-se por modelar a laje até à linha de momentos nulos (Figura 6.2).

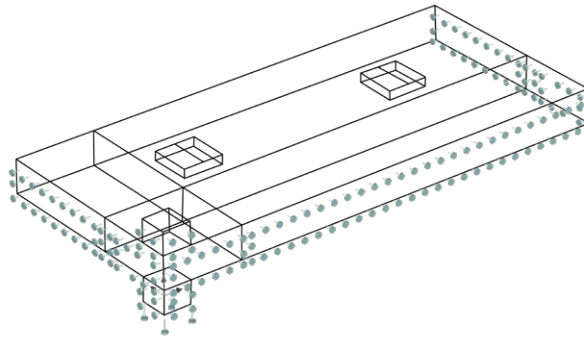


Figura 6.2 - Condições de apoio das lajes retangulares

Para isso, optou-se por um modelo com a mesma geometria das lajes simuladas no capítulo 5, mas sem os parafusos pré-esforço aplicados nos bordos (Figura 6.3).

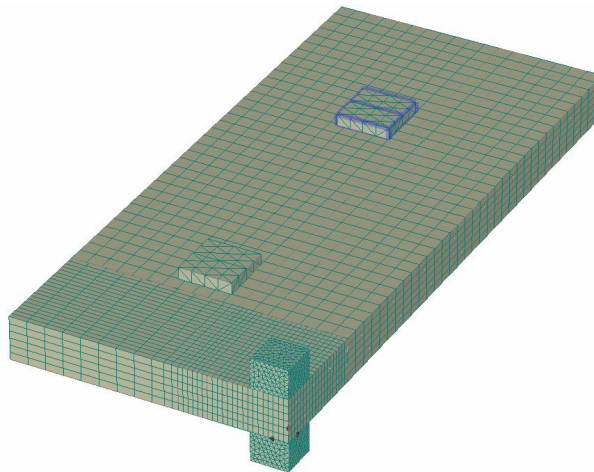


Figura 6.3 - Malha de elementos finitos utilizada para o estudo paramétrico

Neste estudo paramétrico varia-se a percentagem geométrica de armadura para a armadura longitudinal superior junto ao pilar e inferior na zona de meio vão, assim como a resistência do betão.

Quanto à resistência do betão, foram escolhidos 3 tipos de betões em que a sua resistência à compressão média em cilindros é de 20 MPa, 30 MPa e 40 MPa. De seguida, apresentam-se os parâmetros utilizados para caracterizar os betões utilizados neste estudo paramétrico (Tabela 6.1).

Tabela 6.1 - Características do betão utilizado no estudo paramétrico das lajes retangulares

f_{cm} (MPa)	f_{ctm} (MPa)	E (GPa)	G_f (MN/m)	ϵ_{cp}
20,0	1,57	24,38	5,28E-05	8,205E-04
30,0	2,36	27,53	7,01E-05	1,090E-03
40,0	3,02	30,01	8,58E-05	1,333E-03

Refere-se que os parâmetros utilizados foram aferidos da mesma forma que as lajes retangulares ensaiadas ao punçoamento centrado simuladas no capítulo anterior.

Relativamente às percentagens de armadura mecânica adotadas foram 0,5%,0,75%, 1,0% e 1,5%.

Tabela 6.2 - Diâmetro das armaduras, em mm

Armadura	ρ			
	0,5%	0,75%	1,0%	1,5%
Superior	8,7	10,6	12,3	15,0
Inferior	8,8	10,8	12,4	15,2

Para garantir esta percentagem de armaduras, foram utilizados varões fictícios para a distribuição de armaduras superiores e inferiores da laje de referência do capítulo 5 (Tabela 6.2 e Figura 5.7). Os valores apresentados foram calculados com as equações 6.1 e 6.2.

Tabela 6.3 - Percentagem geométrica de armadura superior por zona

P	Zona	
	Exterior	Interior
0,5%	0,23%	0,50%
0,75%	0,34%	0,75%
1,00%	0,46%	1,00%
1,50%	0,69%	1,50%

Esta distribuição é uniforme na zona inferior, mas é concentrada na zona superior, pelo que, para as armaduras superiores, vão existir duas percentagens: uma na zona

interior (varões espaçados de 0.10 m) e outra na zona exterior (varões espaçados de 0.20 m) (Tabela 6.3).

Por fim, é de salientar que foram medidos os deslocamentos e forças dos mesmos pontos das lajes modeladas no capítulo anterior.

6.2.2. Análise de resultados

De modo a ilustrar as diferenças entre as lajes com maior percentagem de armadura em cima e em baixo, apresentam-se as curvas força-deslocamento D1 para as lajes 40_1.5%-0.5% e 40_0.5%-1.5% (Figura 6.4). Refere-se que a força aplicada corresponde à força existente no pilar (incluindo o peso próprio da laje e do sistema de ensaio (aproximadamente 35,5 kN)).

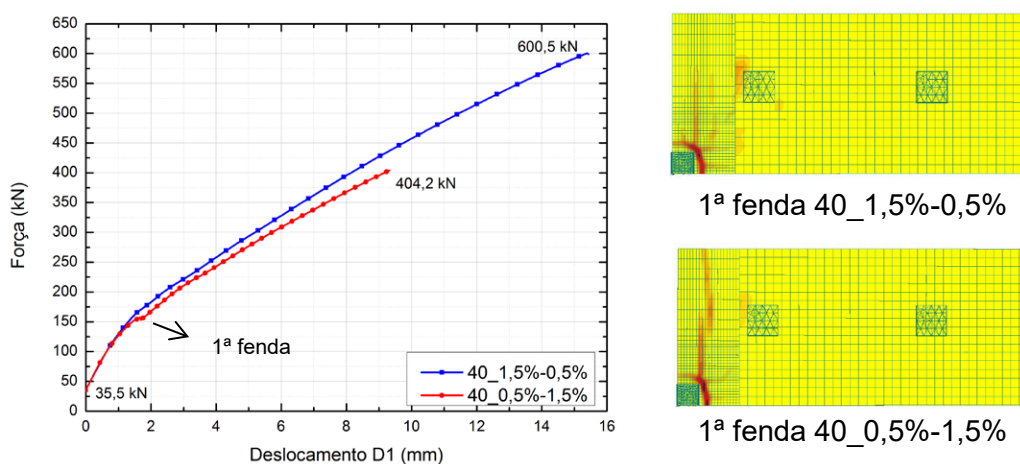


Figura 6.4 - Curva força-deslocamento para as lajes 40_1.5%-0.5% e 40_0.5%-1.5%

Observando a Figura 6.4, podemos ver que, como seria de esperar, a laje com maior percentagem de armadura geométrica superior (40_1.5%-0.5%) é mais resistente do que a com menor percentagem de armadura geométrica superior (40_0.5%-1.5%).

No entanto, na abertura da 1ª fenda, esse excesso de armadura permitiu controlar as fendas abertas, impedindo que estas se propagem ao longo da laje.

Relativamente às tensões das armaduras, podemos constatar que, tanto para a laje 40_1.5%-0.5% como para a laje 40_0.5%-1.5%, as armaduras longitudinais não se encontram em cedência na rotura.

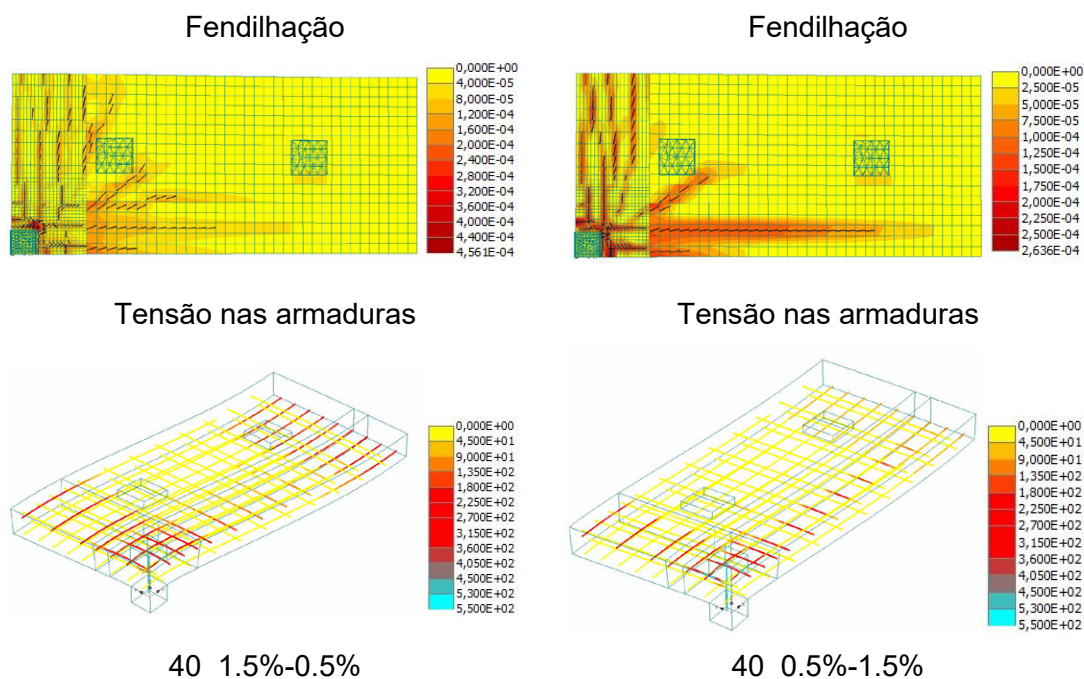


Figura 6.5 – Tensões nas armaduras para lajes retangulares para a rotura, em MPa

Por outro lado, pode-se observar que na laje 40_0.5%-1.5% existe um acréscimo de tensões nas armaduras longitudinais superiores da zona exterior devido ao facto de existir uma baixa percentagem de armadura geométrica ($\rho=0.23\%$). Com base nisto, podemos concluir que estas armaduras foram incapazes de controlar o tamanho das fendas abertas (Figura 6.5).

Relativamente à laje 40_1.5%-0.5%, pode-se ver que o acréscimo de ρ na zona superior permitiu controlar a dimensão das fendas nessa zona.

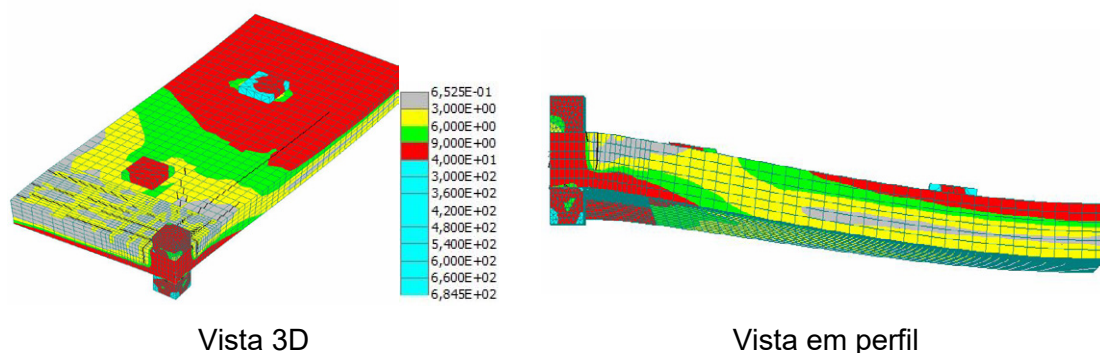


Figura 6.6 - Tensões Von Mises para a laje 40_0,5%-1,5% na rotura

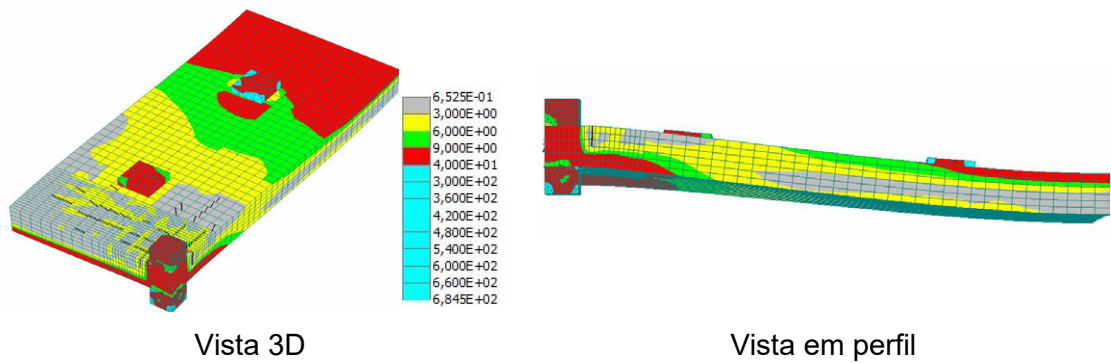


Figura 6.7 - Tensões de Von Mises para a laje 40_1,5%-0,5% para $P=404$ kN, em MPa

Relativamente às tensões de Von Mises existentes no betão para $P = 404$ kN (carga de rotura da laje 40_0,5%-1,5%), podemos observar que o momento positivo da Figura 6.6 provoca tensões elevadas no betão numa distância maior do que a Figura 6.7. Pode-se então concluir que a linha de momentos nulos para a laje 40_0,5%-1,5% se encontra mais próxima do pilar do que a laje 40_1,5%-0,5%.

Com base na Figura 6.8, na Figura 6.9 e Tabela 6.4, podemos concluir que estes resultados se verificam para todas as lajes simuladas excepto para as lajes com $f_c = 20$ MPa com percentagem de armadura geométrica superior seja superior a 0.5%. Este fenómeno deve-se ao facto de a rotura ocorrer por esmagamento do betão devido aos efeitos de flexão composta (secção comprimida devido ao facto de a laje não poder expandir juntamente com momentos fletores).

Assim, pode-se concluir que as lajes retangulares não são capazes de redistribuir na totalidade os esforços, pois quando se inverte as percentagens de armadura geométrica, existe uma grande diferença em termos de cargas de rotura e deslocamentos (Figura 6.8, Figura 6.9 e Tabela 6.4)

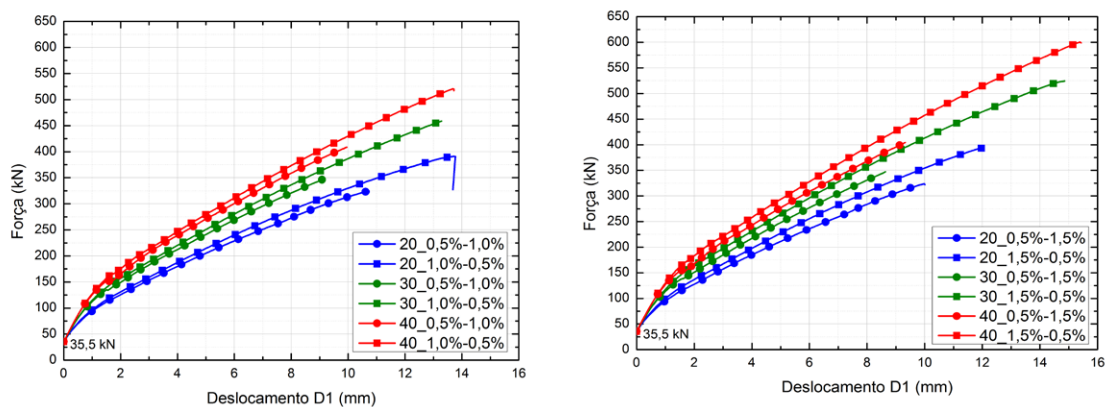


Figura 6.8 - Resultado estudo paramétrico para: $\rho = 1,5\% - 0,5\%$ e $\rho = 0,5\% - 1,5\%$; $\rho = 1,0\% - 0,5\%$ e $\rho = 0,5\% - 1,0\%$

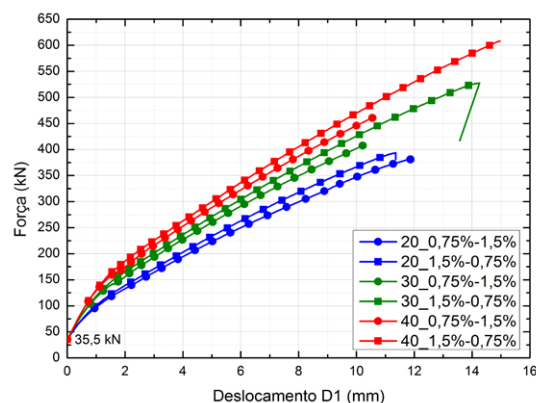


Figura 6.9 - Resultado estudo paramétrico para: $\rho = 1,5\% - 0,75\%$ e $\rho = 0,75\% - 1,5\%$

Tabela 6.4 - Resultados estudo paramétrico para as lajes retangulares em termos de força e deslocamento último

	V (kN)	Deslocamento (mm)
20_1,0%-0,5%	391,1	13,7
20_0,5%-1,0%	324,6	10,7
20_1,5%-0,75%	393,7	11,4
20_0,75%-1,5%	381,9	11,9
20_1,5%-0,5%	393,9	12,0
20_0,5%-1,5%	323,6	10,0
30_1,0%-0,5%	458,8	13,3
30_0,5%-1,0%	346,4	9,1
30_1,5%-0,75%	527,5	14,3
30_0,75%-1,5%	410,4	10,3
30_1,5%-0,5%	524,3	14,9
30_0,5%-1,5%	347,1	8,6
40_1,0%-0,5%	520,8	13,7
40_0,5%-1,0%	408,8	10,0
40_1,5%-0,75%	607,9	15,0
40_0,75%-1,5%	463,5	10,7
40_1,5%-0,5%	600,5	15,4
40_0,5%-1,5%	404,2	9,3

6.3. Lajes Quadradas

6.3.1. Introdução

Este subcapítulo tem o objetivo de comparar o comportamento das lajes ensaiadas no sistema de ensaio de Almeida et al. ([9]) com um caso real (comportamento bidirecional), em que se simula o comportamento de uma laje fungiforme a carregamento vertical para um edifício real (Figura 6.10 a vermelho).

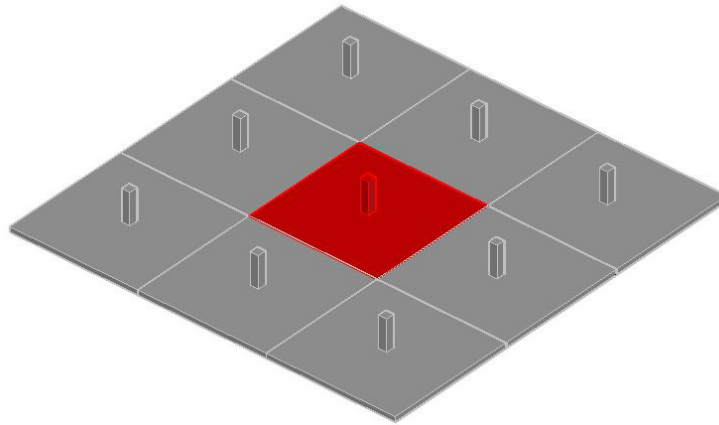


Figura 6.10 - Vista da simulação da laje quadrada (a vermelho)

O painel de laje simulado possui $4.15 \times 4.15 \times 0.15 \text{ m}^3$ em que a distribuição de armaduras inferiores é constante com varões espaçados de 0.10 m e as armaduras superiores estão espaçadas de 0.10 m na zona junto ao pilar e espaçadas a 0.20 m na zona exterior (Figura 6.11). As armaduras têm uma altura útil média de 0.118 m

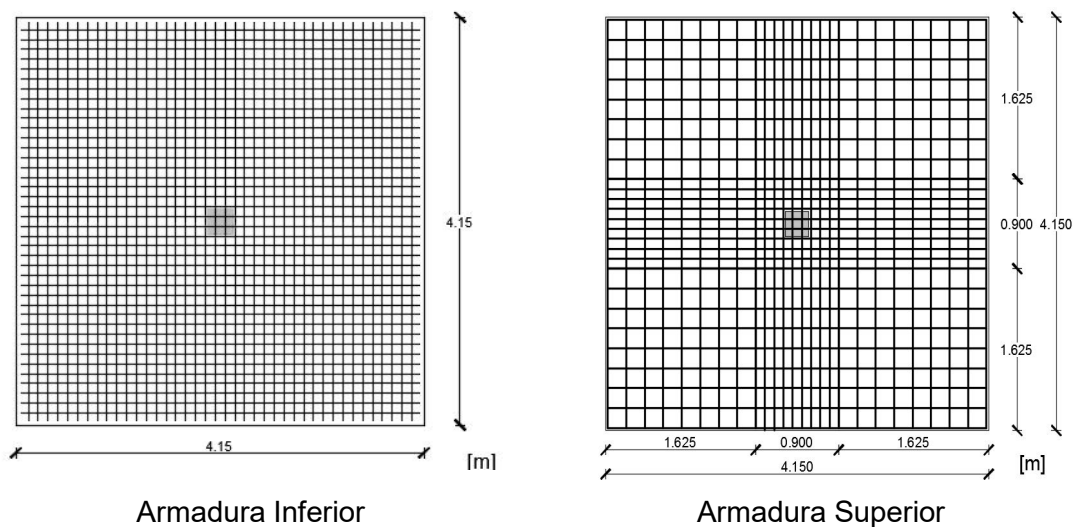


Figura 6.11 - Disposição de armaduras da laje bidirecional

Neste estudo paramétrico foram utilizadas 2 percentagens de armaduras superiores e inferiores: 1% e 0.67%. Para obter estas percentagens de armadura, foram utilizados varões com um diâmetro fictício de acordo com as equações 6.1 e 6.2 (Tabela 6.5).

Tabela 6.5 - Diâmetro dos varões para o estudo paramétrico das lajes quadradas

	p	
	0,67%	1,0%
As+	10,0 mm	12,3 mm
As-	10,3 mm	12,4 mm

Relativamente ao betão, foram utilizados três tipos de betão cuja resistência à compressão em cilindros é de 20, 30 e 40 MPa. De seguida, encontram-se os parâmetros utilizados para caracterizar os betões utilizados neste estudo paramétrico.

Tabela 6.6 - Características do betão utilizado no estudo paramétrico das lajes quadradas

f_{cm} (MPa)	f_{ctm} (MPa)	E (GPa)	G_f (MN/m)	ϵ_{cp}
20,0	1,57	24,38	5,28E-05	8,205E-04
30,0	2,36	27,53	7,01E-05	1,090E-03
40,0	3,02	30,01	8,58E-05	1,333E-03

Refere-se que os parâmetros utilizados foram aferidos da mesma forma que as lajes retangulares ensaiadas ao punçoamento centrado simuladas no capítulo anterior.

6.3.2. Modelo numérico

A malha utilizada é similar à utilizada no estudo paramétrico de lajes unidireccionais, só que se optou por refinar mais a malha nas faixas do pilar segundo x e y, para detalhar melhor a fendilhação existente nessa zona (Figura 6.12).

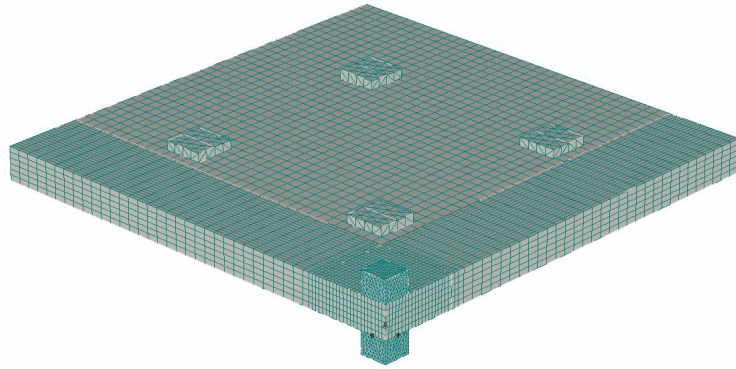


Figura 6.12 - Malha de elementos finitos utilizada para a laje bidirecional

Por outro lado, foram adicionados 2 pontos de aplicação de carga relativamente à laje unidirecional, com um espaçamento de 1 m em ambas as direções.

Relativamente à sequência do ensaio, esta é igual à das lajes simuladas no capítulo anterior.

A sequência de ensaio destas lajes é similar á das lajes unidirecionais, admitindo que os modelos se encontram confinados (têm encastramentos deslizantes em ambos as direções).

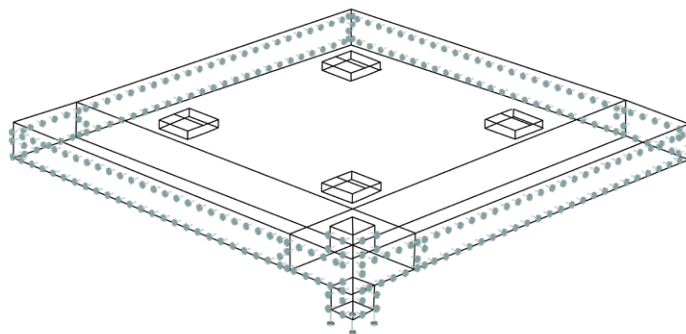


Figura 6.13 - Condições de apoio para as lajes quadradas

6.3.3. Análise de resultados

A título de exemplo, apresenta-se as curvas força-D1 para as lajes bidirecionais com $f_c = 40$ MPa (Figura 6.14). De notar que a força aplicada corresponde à força existente no pilar (incluindo o peso próprio da laje e do sistema de ensaio (aproximadamente 77.9 kN)).

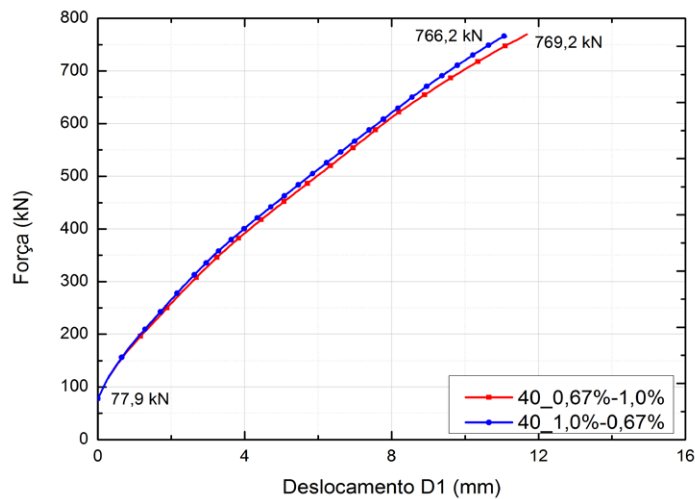


Figura 6.14 - Curva força-d1 para laje quadrada com $f_c=40$ MPa

Após observar a Figura 6.14, podemos concluir que a laje 40_1.0%-0.67% apresenta um comportamento ligeiramente mais rígido do que a laje 40_0.67%-1.0%. No entanto, é de notar que as cargas de rotura são similares.

Por outro lado, analisando o padrão de fendas na rotura, podemos observar que as fendas abertas são maiores na laje 40_0.67%-1.0% devido ao facto de esta ter menos percentagem de armadura geométrica superior (Figura 6.15).

Relativamente às tensões nas armaduras, podemos constatar que apenas as armaduras na zona do pilar se encontram em cedência na rotura.

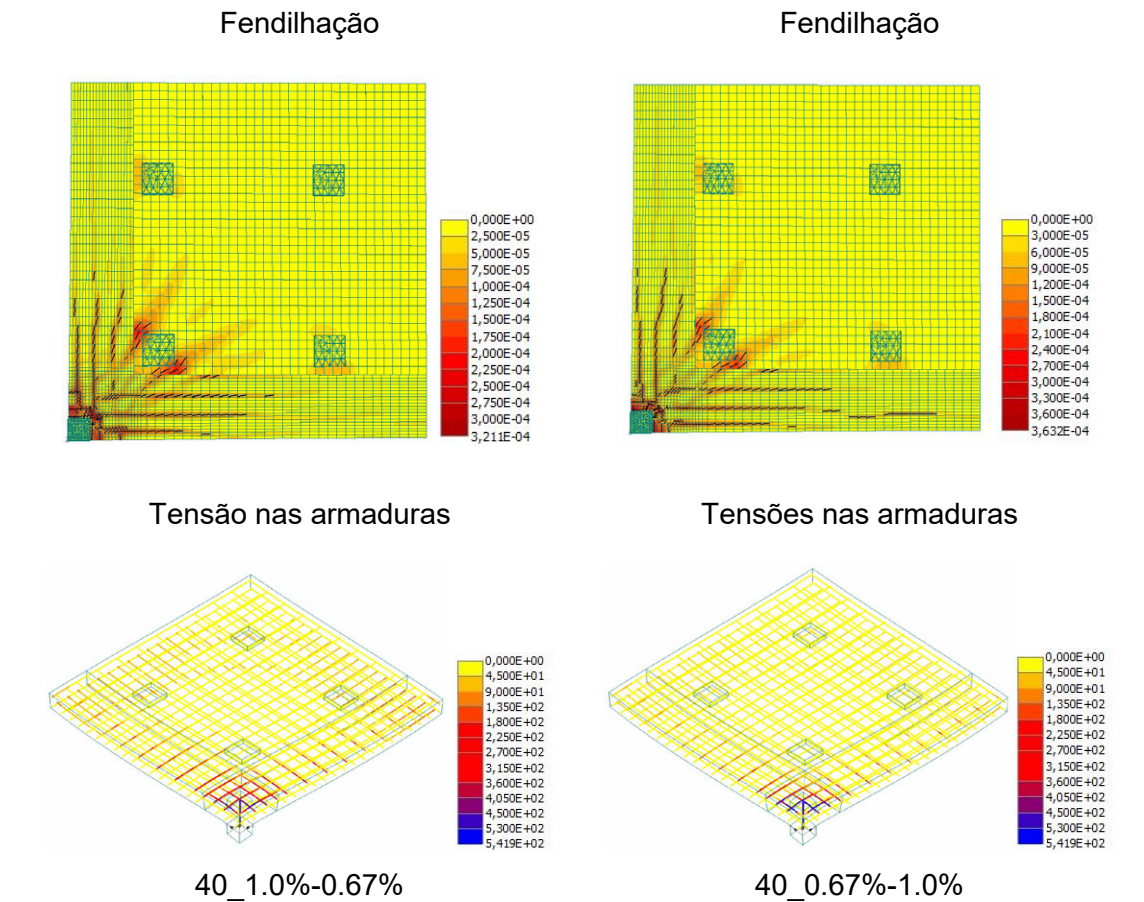


Figura 6.15 – Tensões nas armaduras e padrão de fendilhação na rotura para as lajes quadradas com $f_c=40$ MPa, em MPa

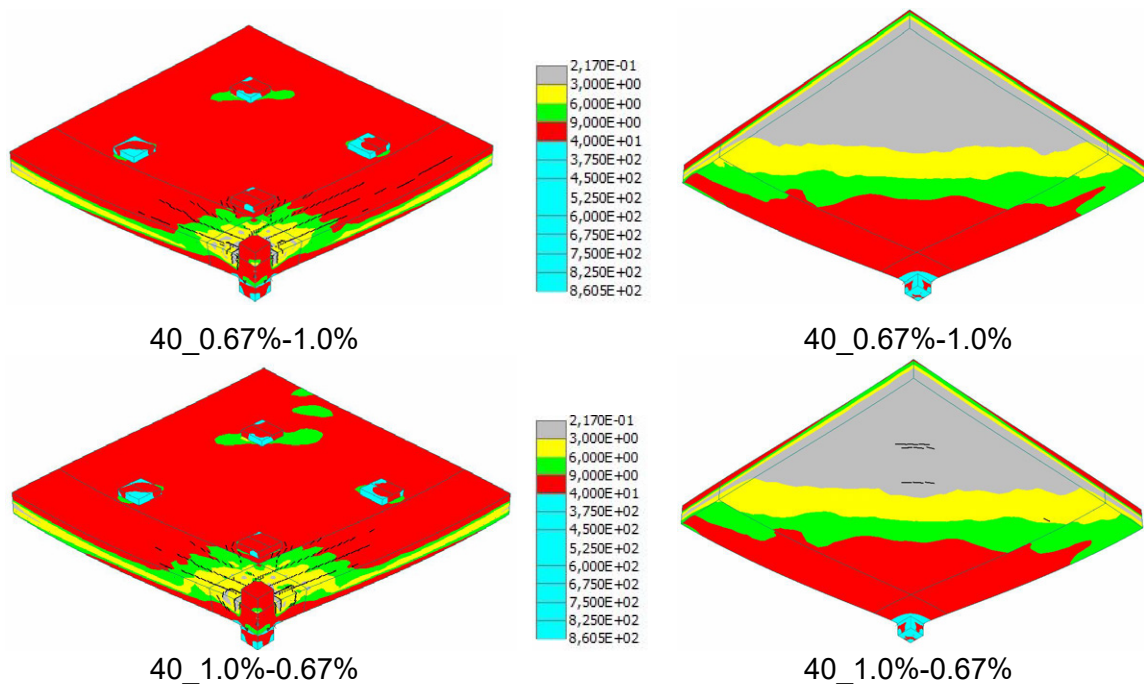


Figura 6.16 – Tensões de Von Mises com padrão de fendilhação para as lajes quadradas com $f_c=40$ MPa, em MPa

Após observar as tensões obtidas na rotura, podemos concluir que a rotura ocorreu por esmagamento do betão em todos os modelos.

Por outro lado, pode-se também verificar que as tensões do modelo com mais armadura em cima (40_1.0%-0.67%) encontram-se mais juntas ao pilar do que para o modelo com mais armadura em baixo (40_0.67%-1.0%), devido à redistribuição de esforços provocada pela abertura de fendas.

Por fim, conclui-se que, com o confinamento total da laje, foi possível obter cargas de rotura e deslocamentos muito parecidas, o que indicia que existiu a redistribuição total de esforços quando se inverteu a percentagem de armadura mecânica da laje (Tabela 6.7 e Figura 6.17). Logo, para as lajes quadradas foi possível tirar partido dos momentos positivos através do comportamento bidirecional destas lajes.

Tabela 6.7 - Resultados estudo paramétrico para as lajes quadradas em termos de força e deslocamento último

Lajes	Distribuição normal	
	V_{MEF} (kN)	Deslocamento (mm)
20_1,0%-0,67%	481,9	8,2
20_0,67%-1,0%	496,4	9,0
30_1,0%-0,67%	651,6	10,3
30_0,67%-1,0%	688,1	11,9
40_1,0%-0,67%	766,2	11,1
40_0,67%-1,0%	769,2	11,7

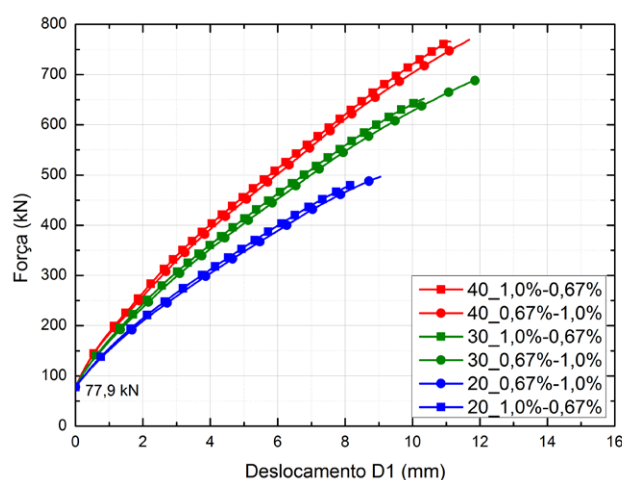


Figura 6.17 – Resultados do estudo paramétrico para a laje quadrada

7. Conclusões e desenvolvimentos futuros

Neste capítulo apresentam-se algumas conclusões relativamente aos estudos paramétricos realizados, assim como à realização de ensaios experimentais usando o sistema de ensaio do Capítulo 5.

7.1. Lajes Hexagonais

Com vista a estudar a influência da concentração de armaduras junto ao pilar, foi feito um estudo paramétrico fazendo variar as características do betão e a percentagem de armadura mecânica para duas distribuições de armaduras.

Após efetuar este estudo, pode-se confirmar que existe um aumento da resistência ao punçoamento quando se concentra a armadura junto ao pilar, tornando o comportamento da laje mais rígido, mas aguentando menos deslocamentos.

7.2. Lajes Retangulares

Relativamente à modelação de lajes retangulares ensaiadas experimentalmente num sistema de ensaio capaz de simular um troço de laje entre dois meios-vão, foram simuladas três lajes: duas sujeitas a punçoamento centrado e uma sujeita a punçoamento excêntrico.

Pode-se concluir que, na realização destes ensaios o sistema de ensaio não foi capaz de garantir um encastramento deslizante perfeito no meio-vão, levando a que o vão na realidade fosse maior que o previamente idealizado (laje excêntrica). Este facto levou à alteração do sistema de ensaio (introduzindo macacos hidráulicos nas escoras), o que permitiu controlar mais eficaz das rotações nos bordos da laje.

No entanto, devido ao facto de se ter aplicado pouco momento positivo nos ensaios ao punçoamento centrado, não foi possível garantir um encastramento deslizante. Por outro lado, com este sistema não é possível simular o confinamento, devido ao facto de não existir a aplicação de forças de compressão na laje devido ao efeito do confinamento da laje.

7.3. Influência do confinamento na resistência ao punçoamento

Para averiguar a influência do confinamento na resistência ao punçoamento centrado, foram efetuados dois estudos paramétricos em que, para uma determinada

distribuições de armaduras, se fez variar a percentagem de armadura total (armadura superior e inferior).

Para cada percentagem de armadura total, foram simulados dois modelos em que, num modelo tem uma maior percentagem de armadura superior junto ao pilar do que inferior na zona de meio vão enquanto que no outro modelo as percentagens foram invertidas.

Para o primeiro estudo paramétrico, utilizou-se a laje de referência simulada no sistema de ensaio de Almeida et al. [9], admitindo que este poderia simular as condições de fronteira de meio vão (encastramento deslizante)

Para este estudo, foi possível concluir que, quando se inverte a percentagem geométrica das armaduras, a laje é incapaz de redistribuir totalmente os esforços, pois apresenta roturas por punçoamento. Por outro lado, conseguiu-se obter cargas de rotura superiores às obtidas nos ensaios experimentais do sistema de ensaio de Almeida et Al. [9], o que significa que, no caso de as lajes estarem confinadas numa direção, existe um aumento na resistência ao punçoamento.

No segundo estudo paramétrico, simularam-se lajes quadradas confinadas em ambas as direções (enc. deslizante em ambas as direções).

Com base nos resultados obtidos, podemos concluir que as lajes quadradas, quando se inverte as armaduras, apresentam cargas de rotura similares, o que significa que foi capaz de redistribuir totalmente os esforços, tirando partido do momento positivo e do comportamento bidirecional da laje.

Por fim, em ambos os estudos pode-se concluir que:

- Com o confinamento da laje, as armaduras foram menos solicitadas, enquanto que o betão foi mais solicitado, devido às forças de compressão existentes;
- As lajes com maior percentagem de armadura inferior no meio vão apresentam um comportamento mais dúctil do que as lajes com maior percentagem de armadura superior junto ao pilar.

7.4. Desenvolvimentos futuros

Com vista a aprofundar a investigação desenvolvida relativa ao fenómeno do punçoamento, sugere-se um estudo dos seguintes temas:

- Modelação de ensaios cíclicos realizados no sistema de ensaio de Almeida et al [9];
- Modelação de lajes fungiformes pré-esforçadas, usando o sistema de ensaio de Almeida et al [9] como base;
- Avaliação do confinamento na resistência ao punçoamento para pilares de canto e de bordo;
- Desenvolvimento de modelos de cálculo que permitam prever o comportamento de lajes fungiformes ao punçoamento, que incluam os efeitos do confinamento.

Bibliografia

- [1] - Gerstle, V., Kurt, H. - Inelastic analysis of reinforced concrete panels : experimental verification and application, 2015.
- [2] - Cervenka, V., Jendele, L., Cervenka, J. – ATENA Program Documentation Part 1 - Theory. Praga: Cervenka Consulting Ltd, 2009
- [3] - Vecchio, F. J., & Collins, M. P. - The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear, 1986. ACI Journal Proceedings. <http://doi.org/10.14359/10416>
- [4] - CEN – Eurocódigo 2: Projecto de estruturas de betão Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios. Caparica: Instituto Português da Qualidade, 2008.
- [5] - Cervenka, J. - Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Structures in Design and Structural Assessment, 2013. (December), 1–67.
- [6] - Nogueira, J. P. M. - Modelação numérica do punçoamento de lajes fungiformes reforçadas com parafusos. Dissertação de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologias, Monte da Caparica, 2011.
- [7] - Costa, António. - Estruturas de Betão II - Folhas de Apoio às Aulas. Departamento de Engenharia Civil e Arquitectura, IST. 2013/2014.
- [8] - Jesus, C. G. - Efeito da Pormenorização das Armaduras na Resistência ao Punçoamento de Lajes Fungiformes. Dissertação de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologias, Monte da Caparica, 2016
- [9] - Almeida, A., Inácio, M. M. G., Lúcio, V. J. G., Ramos, A. P. - Punching behaviour of RC flat slabs under reversed horizontal cyclic loading, *Engineering Structures*, vol. 117, pp. 204–219, 2016
- [10] - Inácio, R. A. – Análise Numérica do Punçoamento em Lajes Fungiformes. Dissertação de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologias, Monte da Caparica, 2010

- [11] - Malm, R. - Shear cracks in concrete structures subjected to in-plane stresses, 2006. Retrieved from: <http://www.divaportal.org/smash/record.jsf?pid=diva2:11277>
- [12] - Antunes, G. M. G. - A influência da redistribuição de esforços na resistência ao punçoamento de lajes fungiformes. Dissertação de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologias, Monte da Caparica, 2011.
- [13] - BÉTON, Comité Euro-International du – CEB-FIP Model Code 1990. Lausanne: Thomas Telford Services, 1993.
- [14] - Mamede, N. F. - Estudo Paramétrico do Punçoamento em Lajes Fungiformes através de Análise Numérica. Dissertação de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologias, Monte da Caparica, 2011
- [15] - Einpaul, J. - Punching shear of continuous flat slabs. École phoiytechnique de Lausanne, 2016.
- [16] - 318, ACI Committee. - Buiding Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318M-11).s.l. : American Concrete Intitute, 2011.
- [17] - Fédération Internationale du Béton (fib). - fib Model Code for Concrete Structures 2010.s.l. : CEB/FIP, 2011.

Paginas WEB

- [1] - The concrete portal [Cited: Agosto 10, 2016]
http://www.theconcreteportal.com/cons_rel.html
- [2] - Cad cam engineering worldwide [Cited: Agosto 10, 2016]
<http://www.cadcamengineering.net/incremental-control-techniques-solidworks-simulation/>

Apêndice A – Normas

A.1. Eurocódigo 2 [4]

A verificação de segurança ao punçoamento é feita garantido que as tensões de corte atuantes (v_{ed}) são inferiores às tensões de corte resistente (v_{rd}). Para calcular as tensões de corte, recorre-se à seguinte fórmula (equação A.1):

$$v_{ed} = \beta \frac{V_{ed}}{u_1 d} \quad (\text{A.1})$$

Em que:

- β é o efeito da excentricidade na força de punçoamento
- V_{ed} é o esforço transversal atuante
- d é a altura média das armaduras

No âmbito desta dissertação, optou-se por utilizar a seguinte aproximação para obter o efeito da excentricidade (válido apenas para pilares retangulares interiores) (equação A.2):

$$\beta = 1 + 1.8 \sqrt{\left(\frac{e_z}{b_z}\right)^2 + \left(\frac{e_y}{b_y}\right)^2} \quad (\text{A.2})$$

No qual:

- e_y, e_z são as excentricidades nas duas direcções
- b_y, b_z é a distância entre linhas do perímetro de controlo u_1 (ver Figura A.1)

O Eurocódigo 2 (EC2) determina que o perímetro de controlo (u_1) relativamente ao punçoamento está a uma distância de $2d$ do perímetro do pilar (Figura A.1).

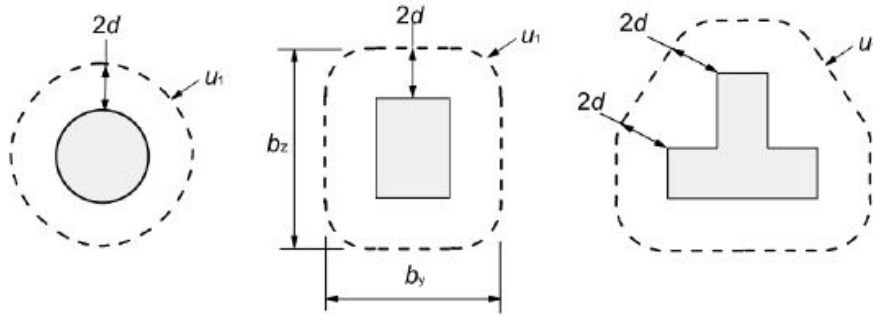


Figura A.1 - Exemplo de perímetros de controlo de um pilar interior segundo o EC2 (adaptado de [4])

Segundo esta norma, a resistência de lajes fungiformes não pré-esforçadas ao punçoamento sem armaduras específicas, é dado pela equação A.3:

$$v_{rd,c} = C_{rd,c} \times k \times (100 \times \rho_l \times f_{ck})^{1/3} \geq 0,035 \times k^{3/2} \times f_{ck}^{1/2} \quad (A.3)$$

Em que:

- $C_{rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c}$ com $\gamma_c = 1,5$
- $k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} < 2$, com d em mm
- $\rho_l = \sqrt{\rho_{ly} \times \rho_{lx}} \leq 0,02$
- f_{ck} é o valor característico de resistência à compressão do betão aos 28 dias (em MPa)

É de salientar que, no âmbito desta dissertação, não foram utilizados coeficientes de segurança, ou seja, $\gamma_c = 1$

A.2. Model Code [17]

O modelo de cálculo do Model Code para quantificar o punçoamento baseia-se no CSCT (Critical shear crack theory). Segundo esta teoria, a resistência ao punçoamento depende da abertura da fenda crítica, assim como a rugosidade dessa fissura.

Para o cálculo da resistência ao punçoamento, esta norma considera um perímetro de controlo face ao esforço transversal (b_0), dado pela equação A.4.

$$b_0 = \frac{V_{ed}}{V_{perp,d,max}} \quad (A.4)$$

Em que

- $V_{perp,d,max}$ é o esforço transverso máximo por unidade de comprimento perpendicular ao perímetro de controlo básico.

Para ter em conta o momento existente na ligação entre o pilar e a laje, o perímetro de controlo face ao esforço transverso (b_0) sofre uma modificação que é dada pela equação A.5:

$$b_0 = k_e \cdot b_{1,red} \quad (A.5)$$

Em que:

- $b_{1,red}$ é o perímetro de controlo básico reduzido (devido a descontinuidades, tais como orifícios)
- k_e é o coeficiente de excentricidade e é dado pela equação A.6:

$$k_e = \frac{1}{1 + \frac{e_u}{b_u}} \quad (A.6)$$

No qual

- e_u é a excentricidade de carga relativamente ao centroide do perímetro de controlo básico
- b_u é o diâmetro de um círculo com a área igual ao perímetro de controlo básico

O perímetro de controlo básico face ao punçoamento ($b_{1,red}$) deste método é de $0.5d$ face ao perímetro do pilar (Figura A.2).

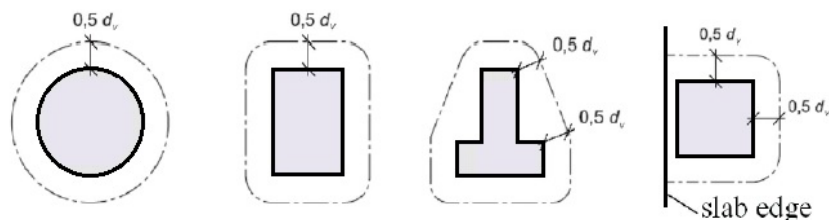


Figura A.2 - Perímetro de controlo segundo o Model Code (adaptado de [17])

A Formulação proposta por esta norma é a seguinte (equação A.7):

$$\frac{V_{rd}}{b_0 d \sqrt{f_c}} = \frac{1}{1,5 + 28,8 \frac{\varphi d}{16 + d_g}} \quad (A.7)$$

Em que:

- b_0 – Perímetro de controlo
- d_g – Dimensão máxima do agregado
- φ – Rotação da laje na rotura
- d – Altura útil da laje

Para o cálculo da rotação da laje na rotura, esta norma apresenta vários níveis de aproximação da carga de rotura sendo que quanto maior o nível de aproximação, melhor serão os resultados obtidos.

Tabela A.1 - Níveis de aproximação segundo o Model Code ([17])

Nível de aproximação	Rotação (φ)	
I	$\varphi = 1.5 \frac{r_s \times f_{yd}}{d \times E_s}$	(A.8)
II	$\varphi = 1.5 \frac{r_s \times f_{yd}}{d \times E_s} \left(\frac{m_{sd}}{m_{rd}} \right)^{1.5}$	(A.9)
III	$\varphi = 1.2 \frac{r_s \times f_{yd}}{d \times E_s} \left(\frac{m_{sd}}{m_{rd}} \right)^{1.5}$	(A.10)*
IV	φ é obtido através de uma análise não linear	

De notar que:

- r_s - Distância entre o centro do pilar e a linha de momentos nulos
- f_{yd} - Tensão de cedência das armaduras
- E_s - Modulo de elasticidade das armaduras
- m_{sd} - momento atuante na laje no momento em que existe rotura na laje

- m_{rd} – momento resistente da laje face à flexão

* - m_{sd} deve ser calculado através de um programa de análise linear, valor médio na faixa do pilar

A.3. ACI 318M-11 [16]

Segundo esta norma, o perímetro de controlo face ao punçoamento b_0 está a uma distância não inferior a $0.5d$ do perímetro do pilar (Figura A.3).

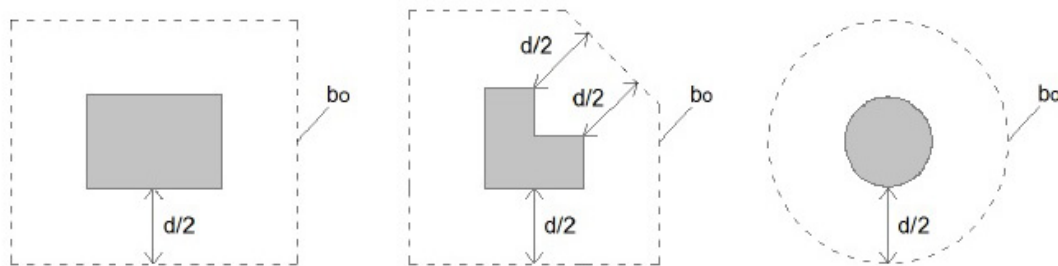


Figura A.3 - Perímetro de controlo b_0 segundo o ACI 318M-11 (adaptado de [16])

Segundo esta norma, a resistência ao punçoamento em lajes fungiformes sem armadura específica pode ser obtida pelo menor valor das equações A.11, A.12 e A.13

$$V_c = 0.17 \left(1 + \frac{2}{\beta} \right) \lambda \sqrt{f'_c} b_0 d \quad (\text{A.11})$$

$$V_c = 0.083 \left(\frac{\alpha_s d}{b_0} + 2 \right) \lambda \sqrt{f'_c} b_0 d \quad (\text{A.12})$$

$$V_c = 0.33 \lambda \sqrt{f'_c} b_0 d \quad (\text{A.13})$$

Em que:

- V_c é a resistência ao punçoamento do betão
- β é a razão entre os lados do pilar.
- λ é um fator para o tipo de betão utilizado. Para betões normais, $\lambda=1$
- f'_c é o valor característico da tensão de rotura do betão à compressão (MPa)
- b_0 é o perímetro de controlo face ao punçoamento

- α_s é uma constante que depende da localização do pilar em planta, em que $\alpha_s = 40$ para pilares interiores, $\alpha_s = 30$ para pilares exteriores e $\alpha_s = 20$ para pilares de canto

Caso exista momentos a atuar no pilar, deve ser feita a seguinte verificação (equação A.14):

$$\Phi v_n = v_u \quad (\text{A.14})$$

No qual:

- $\Phi=0.75$
- v_n é a tensão de resistência ao punçoamento
- v_u é a tensão de punçoamento actuante, calculada segundo a equação A.15

$$v_u = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v M_u c_{AB}}{J_c} \quad (\text{A.15})$$

Em que:

- v_u é o esforço transversal e M_u o momento actuante
- A_c é a área do betão dentro da secção crítica (equação A.16)

$$A_c = d \cdot b_0 \quad (\text{A.16})$$

- $\gamma_v = 1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3}\right) \sqrt{\frac{c_1}{c_2}}}$ em que c_1, c_2 são as dimensões do pilar
- $J_c = \frac{d(c_1+d)^3}{6} + \frac{d^3(c_1+d)}{6} + \frac{d(c_2+d)(c_1+d)^2}{2}$

De notar que, no âmbito desta dissertação se optou por não se utilizar o coeficiente de segurança Φ , ou seja, $\Phi = 1$

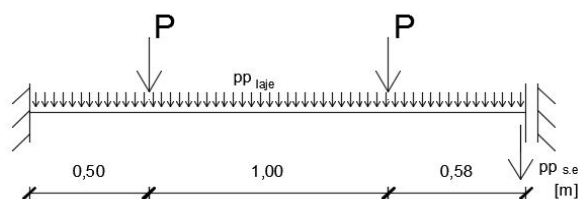


Figura B.2 - Modelo de cálculo do V_{flex} em fase elástica

Seguidamente, foi calculada a carga P que gera a cedência das armaduras longitudinais superiores da zona do pilar ($M_{ced.1}$) (Figura B.3)).

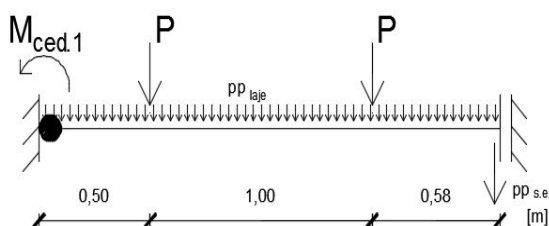


Figura B.3 - Modelo de cálculo do V_{flex} no momento que gera a cedência das armaduras ($M_{ced.1}$)

Por fim, admitiu-se que após atingir esta carga, o momento mantém-se constante nesta zona. Assim, foi calculada a carga ΔP necessária para atingir a cedência das armaduras longitudinais inferiores ($M_{ced.2}$) (Figura B.4).

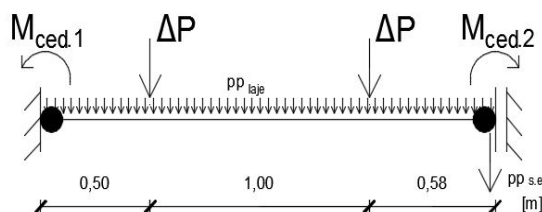


Figura B.4 - Modelo de cálculo do V_{flex} na rotura

Após as armaduras longitudinais superiores na zona do pilar e inferiores na zona de meio vão entrarem em cedência, considera-se que o modelo atinge a rotura por flexão.

Logo, a carga de rotura por flexão resulta da soma dos vários efeitos considerados, nomeadamente o peso próprio da laje e do sistema de ensaio, a carga P que gera a cedência das armaduras superiores e a carga ΔP que origina a cedência das armaduras inferiores.

Apêndice C – Métodos de resolução numérica

O ATENA 3D define quatro critérios de convergência: o incremento de deformação, a força residual relativa, a força residual absoluta e a energia dissipada. Por defeito, o ATENA 3D considera que tolerâncias estão a 0.01, exceto para a energia, que está a 0.001.

Para se resolver um incremento, os erros numéricos em cada passo devem ser iguais ou inferiores aos definidos nos critérios de convergência

C.1. Iteração Newton-Raphson

O N.R. resolve incrementos em que mantém a variação de forças (ou deslocamentos impostos) constante.

Para isso, este método utiliza as tangentes da curva força-deslocamento para procurar o deslocamento que corresponde ao incremento de força (quando satisfaz os critérios de convergência). Estas tangentes representam a rigidez tangente ($K(p_i)$), sendo que podem ser calculados por cada iteração (método completo) ou por cada incremento de força (método modificado) [2] (Figura C.1)

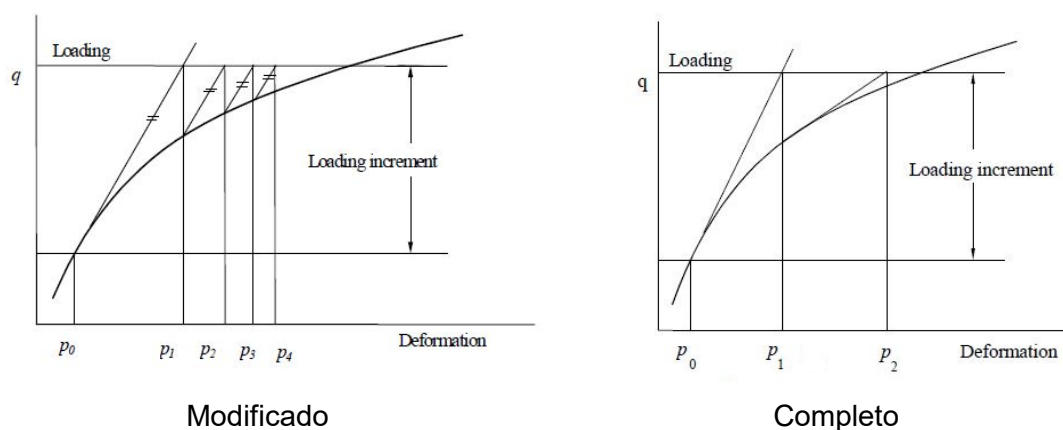


Figura C.1 – Esquema Newton-Raphson (adaptado de [2])

Em termos matemáticos, deve ser satisfeita a equação C.1:

$$K(p_{i-1})\Delta p_i = q - f(p_{i-1}) \quad (C.1)$$

Em que

- $K(p_{i-1})$ é a matriz de rigidez, relacionando incrementos de forças e incrementos de deslocamentos
- $f(p_{i-1})$ é o vetor das forças internas
- q é o vetor das forças totais aplicadas nos nós
- Δp_i é o incremento de deformações provocado pelo incremento de forças
- p_{i-1} são as deformações da estrutura anteriores ao incremento de força

De notar que a equação 3.10 é não linear devido ao facto das propriedades não lineares das forças internas ($f(p_{i-1})$) e da matriz de rigidez ($K(p_{i-1})$)

C.2. Iteração Arc-length

Para resolver os incrementos de força, este método faz variações de força e deslocamentos. Para isso, este método fixa as condições de força e de deslocamento obtidos no fim do último incremento.

Esta fixação é feita calculando o comprimento do vetor das forças aplicadas. Seguidamente, é feito variar os deslocamentos e as forças aplicadas dentro do incremento. (Figura C.2)

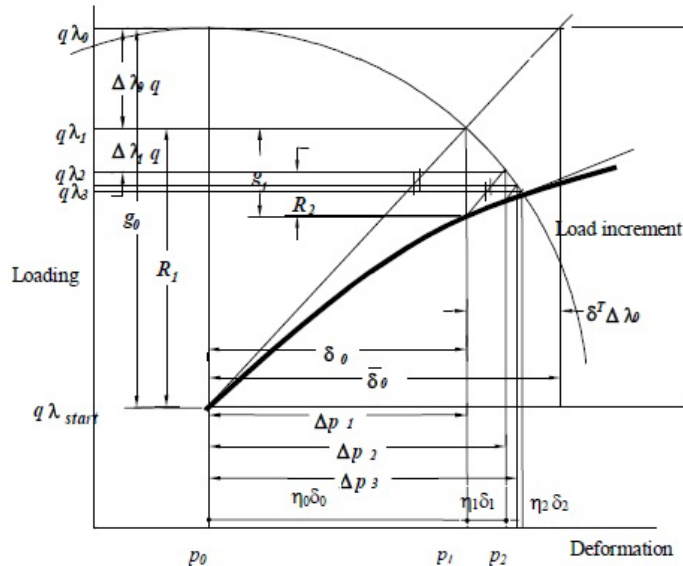


Figura C.2 - Esquema Arc-length (adaptado de [2])

Para se poder variar deslocamentos e força, é introduzida uma nova variável λ à equação C.1 que tem por objetivo aumentar ou diminuir o incremento de força

aplicado, permitindo acelerar o processo de convergência dos incrementos (equação C.2).

$$K(p_{i-1})\Delta p_i = \lambda q - f(p_{i-1}) \quad (C.2)$$

Assim, é possível reduzir automaticamente o incremento se existir problemas de convergência, assim como aumentar o incremento se o modelo não tiver problemas de convergência. É de notar que este valor é baseado no valor do passo anterior.

As vantagens deste método são que este consegue apresentar bons resultados mesmo quando o N.R não consegue. Por exemplo, este método permite modelar o comportamento do material quando existe a abertura de grandes fendas, assim como perdas de rigidez, como o efeito “snap-through” e “snap-back” (Figura C.3).

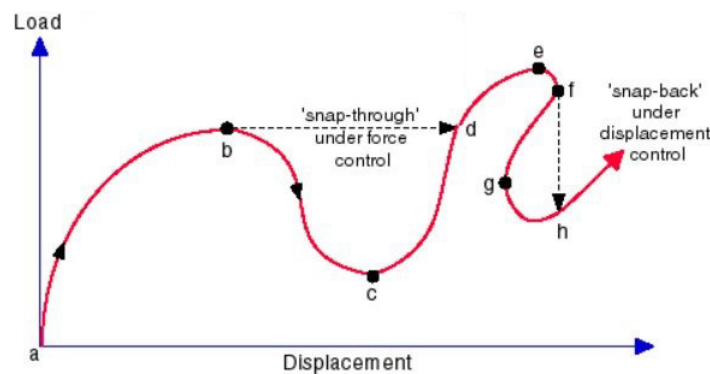


Figura C.3 - Comportamento “snap-through” e “snap – back” (adaptado de [6])